# Ψηφιακές Επικοινωνίες από γραμμικά διαμορφωμένα κανάλια

Αθανάσιος Κούτρας
Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών,
Παν. Πελοποννήσου

21 Δεκεμβρίου 2021

# Περίγραμμα διάλεξης

# Υλικό μελέτης

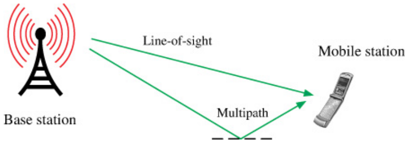
B.P. Lathi, Zhi Ding, **"Σύγχρονες Αναλογικές και Ψηφιακές Επικοινωνίες"**

# Εισαγωγή

- μέχρι τώρα έχουμε διατυπώσει την ιδανική υπόθεση ότι το κανάλι επικοινωνίας δεν εισάγει την παραμικρή παραμόρφωση. Το μοναδικό φαινόμενο χειροτέρευσης του καναλιού είναι ο θόρυβος (λευκός προσθετικός τύπου Gauss)
- ανάμεσα στις παραμορφώσεις του καναλιού υπάρχει το φαινόμενο των πολλαπλών διαδρομών.
- στα αναλογικά σήματα, αυτό γίνεται ανεκτό από το ανθρώπινο αυτί (με τη μορφή της ηχούς) αλλά και το μάτι (με τη μορφή σκιών)
- στην περίπτωση ψηφιακής επικοινωνίας όμως, αυτό οδηγεί σε γραμμικές παραμορφώσεις και διασυμβολική παρεμβολή λόγω δημιουργίας αντιγράφων του ιδίου σήματος τα οποία όμως φτάνουν στον δέκτη με διαφορετικές καθυστερήσεις.
- για την αντιμετώπιση του φαινομένου αυτού, θα παρουσιάσουμε εδώ δύο άκρως αποτελεσματικά εργαλεία:
  i. την ισοστάθμιση
  ii. την ορθογωνική διαμόρφωση διαίρεσης συχνότητας (OFDM)

# Γραμμικές παραμορφώσεις ασύρματων καναλιών πολλαπλών διαδρομών

- η ψηφιακή επικοινωνία απαιτεί τα σήματα να μεταδίδονται μέσα από ένα συγκεκριμένο μέσο μετάδοσης ανάμεσα στον πομπό και τον δέκτη.
- τα φυσικά μέσα είναι αναλογικά, τα οποία όμως δεν είναι τέλεια και εισάγουν παραμορφώσεις.
- στο παράδειγμα του σχήματος παρατηρούμε ότι στη θέση του δέκτη υπάρχουν δύο σήματα τα οποία είναι αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος με το ένα να αποτελεί χρονική καθυστέρηση του άλλου.




Σχήμα: Κανάλι πολλαπλής διαδρομής δύο ακτίνων

- συμβολίζουμε το ληφθέν σήμα οπτικής επαφής και το ανακλώμενο ληφθέν σήμα ως:

$$s(t) = m(t)cos\omega_c t \qquad a_1 s(t-\tau_1) = a_1 m(t-\tau_1)cos\omega_c(t-\tau_1)$$

- θεωρούμε την διαμόρφωση τύπου DSB με σήμα μηνύματος PAM

$$m(t) = \sum_k a_k p(t-kT)$$

- οι συντελεστές $a_1$ και $\tau_1$ χρησιμοποιούνται για να δείξουν την ατέλεια του καναλιού και την υστέρηση που εισάγει σε σχέση με το σήμα οπτικής επαφής.
- από τα παραπάνω μπορούμε να θεωρήσουμε το σήμα στον δέκτη ως

$$r(t) = m(t)cos\omega_c t + a_1 m(t-\tau_1)cos\omega_c(t-\tau_1) + n_c(t)cos\omega_c t + n_s(t)sin\omega_c t$$

- στην παραπάνω σχέση οι $n_c$ και $n_s$ αποτελούν την συμφασική και ορθογωνική συνιστώσα του θορύβου.
- αν εφαρμόσουμε σύμφωνη ανίχνευση, τότε το σήμα εξόδου βασικής ζώνης του δέκτη είναι ίσο με

$$y(t) = LPF\{2r(t)cos\omega_c t\} = \sum_k a_k q(t-kT) + n_c(t)$$

όπου $q(t) = p(t) + (a_1 cos\omega_c\tau_1)p(t-\tau_1)$ μια κυματομορφή βασικής ζώνης

- στην πραγματικότητα, αυτό το κανάλι πολλαπλών διαδρομών έχει μετατρέψει το σχήμα του αρχικού παλμού $p(t)$ σε $q(t)$.
- αν ο παλμός είχε σχεδιαστεί ώστε να ικανοποιεί το $1^o$ κριτήριο Nyquist, τότε το νέο σχήμα του παλμού $q(t)$ θα χαρακτηρίζεται από διασυμβολική παρεμβολή

$$q(nT) = p(nT) + (a_1 \cdot cos\omega_c\tau_1)p(nT - \tau_1) \neq 0 \qquad n = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

- θεωρώντας την γενική περίπτωση πολλαπλών $K+1$ διαφορετικών διαδρομών, η ενεργός απόκριση του καναλιού θα είναι

$$q(t) = p(t) + \sum_{i=1}^{K} [a_i \cdot cos\omega_c\tau_i] p(t - \tau_i)$$

- η χρονική υστέρηση για τη διαδρομή που σχετίζεται με τη γραμμή όρασης είναι $\tau = 0$ με μοναδιαίο κέρδος διαδρομής $a_0 = 1$.
- η επίδραση της ISI που προκαλείται από τις $K$ αθροίσεις στο σήμα $q(t)$ εξαρτάται από:
  - τα σχετικά κέρδη των μονοπατιών του φαινομένου πολλαπλών διαδρομών $a_i$
  - τις χρονικές καθυστερήσεις $\tau_i$

# Γενικά μοντέλα QAM

- γνωρίζουμε ότι για να εξοικονομήσουμε εύρος ζώνης στις ασύρματες αλλά και τις ενσύρματες επικοινωνίες, η QAM αποτελεί μια αποτελεσματική τεχνική μετάδοσης
- στη μέθοδο QAM τα σύμβολα δεδομένων $\{s_k\}$ είναι μιγαδικής φύσης, ενώ η μετάδοση του ορθογωνικού ζωνοπερατού σήματος ραδιοσυχνοτήτων είναι

$$s(t) = \left[\sum_k Re\{s_k\}p(t-kT)\right] cos\omega_c t + \left[\sum_k Im\{s_k\}p(t-kT)\right] sin\omega_c t$$

- για την περίπτωση καναλιών πολλαπλών διαδρομών με $K+1$ μονοπάτια το λαμβανόμενο ζωνοπερατό σήμα για την μέθοδο QAM είναι

$$r(t) = s(t) + \sum_{i=1}^{K} a_i s(t-\tau_i) + n_c(t)cos\omega_c t + n_s(t)sin\omega_c t$$

- εφαρμόζοντας σύμφωνη ανίχνευση, η έξοδος του αποδιαμορφωτή του δέκτη στη βασική ζώνη υπολογίζεται τελικά ίση με

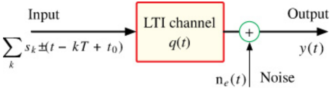
$$y(t) = \sum_k s_k q(t-kT) + n_e(t)$$

$$q(t) = \sum_{i=0}^{k} a_i exp(j\omega + c\tau_i)p(t-kT-\tau_i)$$

- από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι ο παλμός $p(t)$ που είχε σχεδιαστεί ώστε να μην έχει διασυμβολική παρεμβολή, τώρα έχει μετασχηματιστεί από τη διαδρομή του καναλιού πολλαπλών διαδρομών στον παλμό $q(t)$
- στο πεδίο της συχνότητας ισχύει

$$Q(f) = \sum_{i=0}^{K} a_i exp[-j(2\pi f - \omega_c)\tau_i] \cdot P(f)$$

- από την σχέση αυτή καταλαβαίνουμε ότι η αρχική συχνοτική απόκριση $P(f)$ συναντά μια συνάρτηση μεταφοράς που εξαρτάται από τη συχνότητα εξαιτίας της απόκρισης του καναλιού πολλαπλών διαδρομών.
- συνεπώς η παραμόρφωση του καναλιού είναι συνάρτηση της συχνότητας $f$. Τα κανάλια που εισάγουν παραμορφώσεις που εξαρτώνται από τη συχνότητα ονομάζονται **συχνοεπιλεκτικά κανάλια**.
- τα παραπάνω κανάλια **εμφανίζουν μεγάλη συμβολική παρεμβολή** η οποία οδηγεί σε σημαντική αύξηση των σφαλμάτων ανίχνευσης.




Σχήμα: Αναπαράσταση βασικής ζώνης μετάδοσης QAM μέσα από ένα γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο κανάλι με διασυμβολική παρεμβολή

# Διασυμβολική παρεμβολή σε ενσύρματα κανάλια

- στις περισσότερες περιπτώσεις ενσύρματης επικοινωνίας, δεν έχουμε πάντοτε περιβάλλοντα πολλαπλών διαδρομών, επειδή όλα τα σήματα μεταδίδονται μέσω καλωδίων που χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για αυτό το σκοπό.
- όταν όμως τα καλώδια έχουν αχρησιμοποίητους ανοιχτούς ακροδέκτες ή μη προσαρμογή στην εμπέδηση σε αυτούς τους ανοικτούς ακροδέκτες, μπορεί να χρησιμοποιήσει σήματα λόγω ανάκλασης
- τα σήματα αυτά δημιουργούν αντίγραφα στους ακροδέκτες του δέκτη.
- επειδή τα κανάλια με ISI οδηγούν σε σοβαρή χειροτέρευση της ποιότητας του σήματος και χαμηλή επίδοση ανίχνευσης, οι επιδράσεις μπορούν να αντισταθμιστούν είτε στον πομπό είτε στον δέκτη
- στις περισσότερες περιπτώσεις ο πομπός δεν είναι εκ των προτέρων ενήμερος για τις συνθήκες που θα επικρατήσουν στο κανάλι μετάδοσης.
- θα πρέπει λοιπόν ο δέκτης να ταυτοποιήσει το άγνωστο κανάλι λόγω πολλαπλών διαδρομών $q(t)$ για να προσδιορίσει αποτελεσματικούς τρόπους για την καταπολέμηση της ISI.
- οι κυριότερες από αυτές είναι η **ισοστάθμιση καναλιού** και η **μέθοδος OFDM**

# Ισοστάθμιση καναλιού στον δέκτη

- στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε την ισοστάθμιση ενός γραμμικού και χρονικά αμετάβλητου καναλιού για ψηφιακά σήματα QAM.
- ο δέκτης δημιουργεί μια ακολουθία τυχαίων δεδομένων εισόδου με μιγαδικές τιμές, το κάθε στοιχείο της οποίας ανήκει σε έναν αστερισμό $A$ συμβόλων QAM.
- η ακολουθία δεδομένων αποστέλλεται μέσω καναλιού βασικής ζώνης το οποίο είναι γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο με κρουστική απόκριση $q(t)$.
- επειδή τα σύμβολα QAM έχουν μιγαδικές τιμές, η κρουστική απόκριση $q(t)$ του καναλιού βασικής ζώνης είναι και αυτή σήμα μιγαδικών τιμών.
- η σχέση εισόδου - εξόδου του συστήματος QAM γράφεται ως:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k q(t - kT + t_0) + n_e(t) \qquad s_k \in A$$

- ο θόρυβος είναι στάσιμος τύπου Gauss και ανεξάρτητος από την είσοδο του καναλιού.
- **ο ρόλος του ισοσταθμιστή του καναλιού είναι να υπολογίσει τα αυθεντικά δεδομένα** $\{s_k\}$ που έχει στείλει ο πομπός **από το λαμβανόμενο σήμα** $y(t)$

- το φίλτρο βέλτιστου δέκτη θα πρέπει να είναι προσαρμοσμένο στη συνολική απόκριση $q(t)$. Αυτό το φίλτρο έχει σκοπό την μεγιστοποίηση του λόγου σήματος προς θόρυβο του δειγματοληπτημου σήματος στην έξοδο του φίλτρου.
- αν χρησιμοποιήσουμε ένα προσαρμοσμένο φίλτρο $q(-t)$ και δειγματοληψία με ρυθμό ίσο με τον ρυθμό μετάδοσης συμβόλων $t = nT$, ο δέκτης κατασκευάζει μια σχέση ακολουθίας εξόδου ανάμεσα στα δεδομένα του πομπού και τα δείγματα του δέκτη ως

$$z[n] = \sum_k s_k h(nT - kT)$$

όπου

$$h(t) = q(t) \star q(-t)$$

- η παραπάνω σχέση μπορεί να γραφεί ως

$$z[n] = \sum_k s_k h[n-k] = h[n] \star s[n]$$

- τα σήματα εισόδου - εξόδου του καναλιού σχετίζονται με γραμμικό κανάλι τύπου SISO με συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \sum_n h[n] z^{-n}$$

- η προηγούμενη μορφή του ισοσταθμιστή ονομάζεται T-spaced (TSE) επειδή το σήμα έχει υποστεί δειγματοληψία με ρυθμό $1/T$.
- ο βέλτιστος δέκτης αντιμετωπίζει ένα σοβαρό εμπόδιο σύμφωνα με το οποίο η συνολική απόκριση σχήματος του παλμού $q(t)$ εξαρτάται από το περιβάλλον πολλαπλής διαδρομής του καναλιού.
- είναι πολύ δύσκολο όμως να προσαρμόσουμε το φίλτρο του δέκτη σύμφωνα με το χρονικώς μεταβαλλόμενο σήμα $q(t)$ καθώς το περιβάλλον υπόκειται σε συνεχείς και ταχύτατες μεταβολές.
- το παραπάνω γίνεται ακόμα πιο δύσκολο καθώς ο δέκτης δεν διαθέτει εκ των προτέρων πληροφορία για το κανάλι η οποία να επιρρεάζει το $q(t)$
- αυτό που έχει νόημα λοιπόν είναι να **υλοποιήσουμε ένα γραμμικό και χρονικά αμετάβλητο φίλτρο δέκτη** χωρίς να χάσουμε την παραμικρή πληροφορία που σχετίζεται με το σήμα στο σήμα $y(t)$.

- το σήμα εισόδου σε ένα κανάλι QAM έχει τη μορφή

$$x(t) = \sum_k s_k p(t - kT)$$

- η φασματική πυκνότητα ισχύος του διαμορφωμένου κατά πλάτος συρμού παλμών

$$S_x(f) = |P(f)|^2 \frac{1}{T} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_s[n] e^{-jn2\pi fT} \right]$$

και

$$R_s[n] = \widetilde{s_{k+n} s_k^*}$$

- το φάσμα του παραπάνω σήματος δείχνει πως η συνιστώσα του σήματος στο $y(t)$ περιορίζεται από το εύρος ζώνης του $p(t)$
- το φίλτρο του δέκτη δεν πρέπει να απαλείψει τις συνιστώσες του σήματος ενώ θα πρέπει να έχει εύρος ζώνης ίσο με το εύρος ζώνης της συνάρτησης $P(f)$
- αν το φίλτρο του δέκτη έχει εύρος μεγαλύτερο από αυτό της $P(f)$ θα επιτρέψει να περάσει περισσότερος θόρυβος χωρίς κέρδος για το σήμα.
- συνεπώς το καλύτερο φίλτρο θα πρέπει να έχει εύρος ίσο με αυτό της συνάρτησης $P(f)$

- ο βέλτιστος δέκτης θα είναι το φίλτρο $p(-t)$ για τους παρακάτω λόγους:
  - το φίλτρο $p(-t)$ διατηρεί όλη τη φασματική συνιστώσα του σήματος στο λαμβανόμενο σήμα $y(t)$
  - το φίλτρο αυτό είναι βέλτιστο αν το περιβάλλον τύχει να είναι τέτοιο ώστε να μην χαρακτηρίζεται από παραμορφώσεις του καναλιού.
- η εφαρμογή του φίλτρου αυτού έχει σαν αποτέλεσμα συνολικής απόκρισης καναλιού ίση με

$$h(t) = q(t) \star p(-t)$$

- εξαιτίας του φιλτραρίσματος ισχύει

$$z(t) = p(-t) \star p(t) = \sum_k s_k h(t - kT) + w(t)$$

όπου ο φιλτραρισμένος θόρυβος είναι ίσος με

$$w(t) = p(-t) \star n_e(t)$$

με

$$S_w(f) = |P(f)|^2 S_{n_e}(f)$$

- η σχέση ανάμεσα στην δειγματοληπτημένη έξοδο $z[k]$ και στα σύμβολα της επικοινωνίας $s_k$ είναι

$$z[n] = \sum_k h[n-k]s_k + w[n] = \sum_k h[k]s_{n-k} + w[n]$$

- υπάρχουν δύο προσεγγίσεις για την ανάκτηση της εισόδου του καναλιού (ισοστάθμιση) για κανάλια που χαρακτηρίζονται από διασυμβολική παρεμβολή
- προσδιορισμός βέλτιστου δέκτη βασισμένος σε μοντέλα καναλιού και θορύβου με χρήση **εκτιμητή μέγιστης πιθανοφάνειας** - πολύ απαιτητική μέθοδος
- **σχεδιασμός φίλτρων ισοσταθμιστή** για την αντιστάθμιση της παραμόρφωσης του καναλιού.


Σχήμα: ένα ευρέως χρησιμοποιούμενο φίλτρο δέκτη που αντιστοιχεί στον παλμό μετάδοσης

# Εκτίμηση ακολουθίας μέγιστης πιθανοφάνειας

- η βέλτιστη ανίχνευση των συμβόλων από τα $z[n]$ απαιτεί την μεγιστοποίηση της από κοινού πιθανότητας

$$max_{\{s_n\}} p(\ldots, s_{n-1}, s_n, s_{n+1}, \ldots)$$

- παρατηρούμε ότι αντίθετα με την περίπτωση της βέλτιστης σύμβολο - προς - σύμβολο ανίχνευσης των καναλιών AWGN η οποία παρουσιάστηκε σε προηγούμενες διαλέξεις, εδώ ο δέκτης θα πρέπει να ανιχνεύσει ολόκληρη την ακολουθία συμβόλων από την ακολουθία δειγμάτων του λαμβανόμενου σήματος.
- για αρχικό θόρυβο καναλιού λευκό, και ο διακριτός θόρυβος $w[n]$ θα είναι λευκός με

$$S_w(f) = |P(f)|^2 S_{n_e}(f) = \frac{N}{2}|P(f)|^2$$

- χωρίς την παραμόρφωση του καναλιού, το QAM χαρακτηρίζεται από μια συνολική απόκριση της μορφής

$$p(t) \star p(-t) \iff |P(f)|^2$$

- για να πετύχουμε αυτό το συνδυασμένο σχήμα παλμού να είναι απαλλαγμένο από διασυμβολική παρεμβολή, εφαρμόζουμε το 1ο κριτήριο Nyquist στο πεδίο της συχνότητας

$$\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left|P\left(f+\frac{k}{T}\right)\right|^{2}=1$$

- αυτό είναι ισοδύναμο με την απαίτηση εκφρασμένη στο πεδίο του χρόνου

$$p(t)\star p(-t)|_{t=lT}=\begin{cases}1 & l=0\\ 0 & l=\pm1,\pm2,\ldots\end{cases}$$

- δηλαδή το φίλτρο μορφοποίησης του παλμού κατά Nyquist μοιράζεται εξίσου ανάμεσα στον πομπό και στο δέκτη.
- από την παραπάνω σχέση παρατηρούμε ότι η συχνοτική απόκριση $P(f)$ που σχετίζεται με τη μορφοποίηση του παλμού είναι ίση με την τετραγωνική ρίζα ενός σχήματος παλμού που ικανοποιεί το 1ο κριτήριο Nyquist στη συχνότητα.
- στην περίπτωση του παλμού υψωμένου συνημιτόνου, η $P(f)$ είναι γνωστή ως **παλμός ρίζας ανυψωμένου συνημιτόνου**.

$$p_{rrc}(t)=\frac{2r}{\pi\sqrt{T}}\frac{cos\left[(1+r)\frac{\pi t}{T}\right]+\left(4r\frac{t}{T}\right)^{-1}sin(1-r)\frac{\pi t}{T}}{\left[1-\left(4r\frac{1}{T}\right)^{2}\right]}$$

- ο βέλτιστος δέκτης MLSE για την περίπτωση θορύβου καναλιού τύπου Gauss και σχήμα παλμού ρίζας ανυψωμένου συνημιτόνου $p_{rrc}(t)$ περιγράφεται από την εξίσωση

$$min_{\{s_n\}} \sum_i \left| z[n-i] - \sum_k h[k] s_{n-i-k} \right|^2$$

- στις περισσότερες περιπτώσεις καναλιών επικοινωνίας, η κρουστική απόκριση μπορεί να προσεγγιστεί με μεγάλη ακρίβεια ως φίλτρο πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR) με πεπερασμένη τιμή $L$ τάξης φίλτρου.
- για

$$H(z) = \sum_{k=0}^{L} h[k] z^{-k}$$

ο δέκτης MLSE θα πρέπει να επιλύσει την εξίσωση

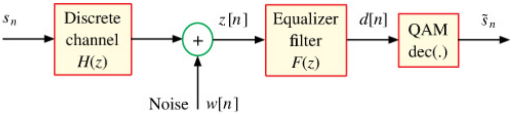
$$min_{\{s_n\}} \sum_i \left| z[n-i] - \sum_{k=0}^{L} h[k] s_{n-i-k} \right|^2$$

- το **μειονέκτημα** σε αυτό είναι ότι ο δέκτης θα **πρέπει να γνωρίζει τις τιμές των διακριτών συντελεστών του καναλιού** $\{h[k]\}$. Όταν αυτό δεν είναι διαθέσιμο, θα πρέπει αρχικά ο δέκτης να προβεί σε **εκτίμηση** καναλιού.

- για την αντιμετώπιση της υψηλής πολυπλοκότητας στην επίλυση της προηγούμενης σχέσης ελαχιστοποίησης, έχει προταθεί ο **αλγόριθμος Viterbi** ο οποίος στηρίζεται στην αρχή του δυναμικού προγραμματισμού.
- το πλεονέκτημα του είναι ότι δεν αυξάνεται η πολυπλοκότητα εκθετικά με την αύξηση του μήκους των δεδομένων.
- αν το μέγεθος του αστερισμού QAM είναι ίσο με $M$ τότε η πολυπλοκότητα της μεθόδου αυξάνεται ανάλογα με το $M^L$.
- η μέθοδος MLSE χρησιμοποιείται σε κυψελωτούς δέκτες GSM για την αντιμετώπιση παραμορφώσεων. Δεν είναι αποδοτική όμως στην περίπτωση των διαμορφώσεων στα modem τηλεφωνίας υψηλής ταχύτητας (μεγάλος βαθμός πολυπλοκότητας).

# Γραμμική T-απέχουσα ισοστάθμιση

- όταν το φίλτρο του δέκτη είναι προσαρμοσμένο μόνο στον παλμό μετάδοσης $p(t)$ τότε δεν αποτελεί βέλτιστο φίλτρο.
- ακόμα και αν το ιδανικό φίλτρο $p(-t)$ είναι γνωστό και χρησιμοποιείται, μπορεί την στιγμή δειγματοληψίας να παρατηρηθεί μετατόπιση χρόνου $t_0$ τέτοια ώστε η δειγματοληψία να γίνει τη στιγμή $t = nT + t_0$
- η μετατόπιση αυτή καλείται **σφάλμα συγχρονισμού**. Η T-απέχουσα ισοστάθμιση είναι η πιο απλή στην υλοποίηση της.
- στο σχήμα περιγράφεται το γραμμικό σύστημα διάκριτου χρόνου που προκύπτει από την δειγματοληψία κάθε $T$ χρονικές στιγμές
- σε αυτό, **ο γραμμικός ισοσταθμιστής είναι ένα γραμμικό φίλτρο** $F(z)$ **που ακολουθείται από μηχανισμό απόφασης QAM**.
- ο σκοπός του είναι η απομάκρυνση από την έξοδο της $d[n]$ της ISI.




Σχήμα: μοντέλο διακριτού καναλιού τύπου SISO για την μέθοδο TSE

- η έξοδος του καναλιού δίνεται από την

$$d[n] = F(z)z[n] = F(z)H(z)s_n + F(z)w[n]$$

  με τους δύο όρους να αντιστοιχουν στο σήμα και στον θόρυβο αντίστοιχα.
- η από κοινού συνάρτηση μεταφοράς του ισοσταθμιστή ως

$$C(z) = F(z)H(z) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i z^{-1}$$

- ο στόχος του ισοσταθμιστή είναι να απομακρύνει την ISI από το σήμα $d[n]$ για να δώσει μια απόφαση χωρίς σφάλματα.
- η έξοδος του TSE μπορεί να αναλυθεί σε διαφορετικούς όρους

$$d[n] = \sum_{i=0}^{\infty} c_i s_{n-i} + \sum_{i=0}^{\infty} f[i]w[n-i] = c_u s_{n-u} + \sum_{i=0, i\neq u}^{\infty} c_i s_{n-i} + \sum_{i=0}^{\infty} f[i]w[n-i]$$

- ο πρώτος όρος αθροίσματος είναι ο όρος ISI, ο δεύτερος όρος είναι ο όρος θορύβου. Αμφότεροι πρέπει να μηδενιστούν για να μπορέσει ο QAM μηχανισμός απόφασης να πάρει τις σωστές αποφάσεις χωρίς σφάλμα.
- αυτό γίνεται με δύο τρόπους:
  - σχεδίαση **μηδενικού εξαναγκασμού** (zero forcing - ZF)
  - σχεδίαση **ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος** (MMSE)

# TSE μηδενικού εξαναγκασμού

- στην περίπτωση αυτή, ο σχεδιασμός του ισοσταθμιστή έχει σκοπό την εξάλειψη του όρου της ISI χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η επίδραση του θορύβου.

$$\sum_{i=0, i \neq u}^{\infty} c_i s_{n-i} = 0$$

- αυτό στο πεδίο της συχνότητας είναι ισοδύναμο με

$$C(z) = F(z)H(z) = z^{-u}$$

δηλαδή ο γραμμικός ισοσταθμιστής $F(z)$ είναι ένα αντίστροφο φίλτρο για το διακριτό ISI κανάλι $H(z)$ με κατάλληλη τιμή υστέρησης $u$

$$F(z) = \frac{z^{-u}}{H(z)}$$

- στην περίπτωση που το παραπάνω φίλτρο είναι αιτιατό και μπορεί να υλοποιηθεί, η ISI εξαλείφεται πλήρως από το $z[n]$.
- το βασικό μειονέκτημα του είναι ότι ο θόρυβος παραμένει και είναι ίσος με $F(z)w[n]$. Αν η ισχύς του θορύβου είναι ασθενής, τότε η απόφαση QAM θα έχει μεγάλη ακρίβεια.
- αν η συνάρτηση μεταφοράς όμως $F(z)$ έχει ισχυρές τιμές κέρδους, τότε θα έχουμε πιθανή ενίσχυση θορύβου σε θέσεις συγκεκριμένων συχνοτήτων. Μια λύση είναι να θεωρήσουμε τη διακύμανση του φιλτραρισμένου θορύβου.
- στην περίπτωση αυτή θα έχουμε πιθανότητα σφάλματος

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N \cdot \sum_{i=0}^{\infty} |f[i]|^2}}\right)$$

- οι παράμετροι του ισοσταθμιστή ZF προκύπτουν από τη χρήση του αντίστροφου μετασχηματισμού $Z$

$$f[i] = \frac{1}{2\pi j} \oint F(z) z^{i-1} dz = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{z^{i-1-u}}{H(z)} dz$$

# TSE βασισμένη στο MMSE

- εξαιτίας της ενίσχυσης του θορύβου που χαρακτηρίζει την ισοστάθμιση ZF, δεν θα πρέπει να προσπαθήσουμε να εξαλείψουμε την ISI χωρίς να θεωρήσουμε και την αρνητική επίδραση του θορύβου
- αν παρατηρήσουμε την έξοδο του ισοσταθμιστή και ποσοτικοποιήσουμε την συνολική παραμόρφωση προκύπτει η διαφορά (σφάλμα)

$$d[n] - s_{n-u} = \sum_{i=0}^{\infty} c_i s_{n-i} - s_{n-u} + \sum_{i=0}^{\infty} f[i] w[n-i]$$

- για να μειώσουμε το πλήθος των σφαλμάτων απόφασης όταν

$$dec(d[n]) \neq s_{n-u}$$

  μπορούμε να σχεδιάσουμε έναν ιστοσταθμιστή που θα **ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωγωνικό σφάλμα ανάμεσα στις τιμές** $d[n]$ **και** $s_{n-u}$
- προκύπτει ότι ο ισοσταθμιστής αποτελεί την λύση των γραμμικών εξισώσεων

$$\sum_{i=0}^{\infty} f[i] R_z[l-i] = \begin{cases} E_s h[u-l]^* & l = 0, 1, \ldots \\ 0 & l = u+1, u+2, \ldots, \infty \end{cases}$$

- επειδή θα πρέπει ο ισοσταθμιστής να είναι αιτιατός, ο προηγούμενος που στηρίζεται στην επίλυση του συστήματος εξισώσεων δεν μπορεί να διατυπωθεί σε κλειστή μορφή γιαυτό χρησιμοποιείται η μορφή φίλτρου FIR
- όταν ο ισοσταθμιστής είναι τύπου FIR, τοτε μπορεί να προσδιοριστεί με αριθμητικό τρόπο από ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων της μορφής

$$\sum_{i=0}^{M} f[i] R_z[l-i] = \begin{cases} E_s h[u-l]^* & l = 0, 1, \ldots \\ 0 & l = u+1, u+2, \ldots, M \end{cases}$$

- η παραπάνω έκφραση μπορεί να διατυπωθεί σε μορφή πίνακα για $u < M$

$$\begin{bmatrix} R_z[0] & R_z[-1] & \cdots & R_z[-M] \\ R_z[1] & R_z[0] & \cdots & R_z[1-M] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_z[M] & R_z[M-1] & \cdots & R_z[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f[0] \\ f[1] \\ \vdots \\ f[M] \end{bmatrix} = E_s \begin{bmatrix} h[u]^* \\ h[u-1]^* \\ \vdots \\ h[0]^* \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- για την περίπτωση που $u > M$ η προηγούμενη εξίσωση γίνεται

$$\begin{bmatrix} R_z[0] & R_z[-1] & \cdots & R_z[-M] \\ R_z[1] & R_z[0] & \cdots & R_z[1-M] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_z[M] & R_z[M-1] & \cdots & R_z[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f[0] \\ f[1] \\ \vdots \\ f[M] \end{bmatrix} = E_s \begin{bmatrix} h[u]^* \\ h[u-1]^* \\ \vdots \\ h[u-M]^* \end{bmatrix}$$

- η λύση που προκύπτει από την επίλυση των παραπάνω εξισώσεων είναι μοναδική υπό την προϋπόθεση πως ο πίνακας αυτοσυσχέτισης είναι πλήρους βαθμίδας

# Εκτίμηση καναλιού

- μέχρι τώρα δείξαμε την άμεση σχεδίαση του ισοσταθμιστή όπου οι παράμετροι του φίλτρου ισοστάθμισης υπολογίζονται από το σήμα εισόδου του καναλιού $s_n$ και τα σήματα εξόδου του καναλιού $z_i[n]$.
- αναφέραμε επίσης ότι στην υλοποίηση του MLSE είναι απαραίτητη η γνώση του καναλιού, συνεπώς ο δέκτης θα πρέπει να προχωρήσει πρώτα σε εκτίμηση του καναλιού
- η πιο συνηθισμένη προσέγγιση στην εκτίμηση καναλιού είναι να **θεωρήσουμε κανάλια τύπου FIR πεπερασμένης τάξης** $L$.
- η εκτίμηση του καναλιού θεωρεί τη σχέση ανάμεσα στην είσοδο και στην έξοδο του καναλιού που έχει τη μορφή

$$z[n] = \sum_{k=0}^{L} h[k] s_{n-k} + w[n]$$

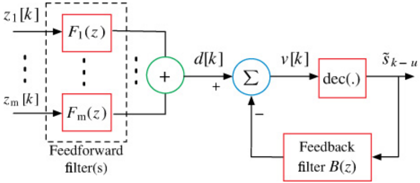
και μετά από χρήση της αρχής του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος, οι συντελεστές του καναλιού $\{h[k]\}$ προκύπτουν από την επίλυση με αντιστροφή πίνακα της εξίσωσης

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_z[0,0] & \tilde{R}_z[0,1] & \cdots & \tilde{R}_z[0,L] \\ \tilde{R}_z[1,0] & \tilde{R}_z[1,1] & \cdots & \tilde{R}_z[1,L] \\ \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \tilde{R}_z[L,0] & \tilde{R}_z[L,1] & \cdots & \tilde{R}_z[L,L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h[0] \\ h[1] \\ \vdots \\ h[L] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{sz}[0] \\ \tilde{r}_{sz}[1] \\ \vdots \\ \tilde{r}_{sz}[M] \end{bmatrix}$$

# Ισοσταθμιστής ανάδρασης απόφασης

- ο ισοσταθμιστης TSE είναι γραμμικός ισοσταθμιστής καθώς η ισοστάθμιση προκαλείται από ένα γραμμικό φίλτρο που ακολουθείται από μηχανισμό λήψης απόφασης χωρίς μνήμη. Οι μηχανισμοί αυτοί ονομάζονται **ισοσταθμιστές εμπροσθόδρασης** (feed forward equalizers - FFW).
- το πλεονέκτημα που παρουσιάζουν είναι η απλή υλοποίηση τους ως φίλτρα FIR και απλή προσέγγιση σχεδίασης καθώς και μικρή υπολογιστική πολυπλοκότητα σε σύγκριση με μη γραμμικούς όπως ο MLSE.
- στα μειονεκτήματα τους περιλαμβάνεται το γεγονός ότι μπορεί να προκαλέσουν ενίσχυση θορύβου ανάλογα και με τις συνθήκες του καναλιού και η πιθανή απαίτηση μεγάλου μήκους για να είναι αποτελεσματικοί
- για την αντιμετώπιση αυτών των μειονεκτημάτων προτείνεται η χρήση **ισοσταθμιστών ανάδρασης απόφασης** (decision feedback equalizer)

- οι ισοσταθμιστές FFW λειτουργούν ως αντίστροφο φίλτρο καναλιού στην ZF σχεδίαση ή ρυθμιζόμενο αντίστροφο φίλτρο καναλιού στη σχεδίαση MMSE.
- ο ενισχυτής DFE περιλαμβάνει και ένα άλλο φίλτρο ανάδρασης εκτός από το φίλτρο FFW το οποίο μπορεί να είναι γραμμικό TSE (ή FSE).
- το φίλτρο ανάδρασης προσπαθεί να ακυρώσει την ISI από τα προηγούμενα δείγματα δεδομένων χρησιμοποιώντας εκτιμήσεις δεδομένων που δημιουργούνται από μια διάταξη λήψης απόφασης χωρίς μνήμη.
- ο ισοσταθμιστής DFE υποφέρει από το φαινόμενο διάδοσης σφάλματος. Αν ο μηχανισμός απόφασης πραγματοποιήσει σφάλμα, το εσφαλμένο σύμβολο θα σταλεί στο φίλτρο ανάδρασης και θα χρησιμοποιηθεί για την ακύρωση της εν λόγω παρεμβολής.
- επειδή το σύμβολο θα είναι εσφαλμένο, αντί για ακύρωση παρεμβολής, θα προκληθεί ενίσχυση της ISI στο σήμα $v[k]$. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα και δεύτερο σφάλμα κ.ο.κ. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **διάδοση σφάλματος** (error propagation).




Σχήμα: ισοσταθμιστής ανάδρασης απόφασης

# OFDM - Επικοινωνίες Πολλαπλών Φερόντων

- έχουμε αναφέρει ότι η ισοστάθμιση καναλιού είναι αποκλειστική ευθύνη των δεκτών. Το μόνο που μπορεί να προσφέρει η πηγή, είναι να αποστείλει δοκιμαστικά σύμβολα ή πιλοτικά σύμβολα εκπαίδευσης.
- αυτό δικαιολογείται καθώς σε ένα καθεστώς αβεβαιότητας, ο πομπός δεν μπορεί να γνωρίζει κάτι για το κανάλι και την απόκριση του.
- παρόλαυτα, ισοσταθμιστές απλοί σχετικά με τους βέλτιστους MLSE, όπως ο FFW και οι ανάδρασης απόφασης είναι πολύ ευαίσθητοι σε όλες τις παραμέτρους τους. Μια μικρή αποτυχία σε μια από τις παραμέτρους, μπορεί να έχει σαν αποτέλεσμα την κατάρευση του ισοσταθμιστή.
- σε πολλές εφαρμογές όμως οι πομποί έχουν μια μικρή ενημέρωση σχετικά με τα χαρακτηριστικά του καναλιού, όπως η διασπορά της καθυστέρησης του καναλιού η οποία για ένα FIR κανάλι είναι η τάξη του ($L$).
- με αυτή τη γνώση, μπορεί να σχεδιαστεί μια συγκεκριμένη τεχνική μετάδοσης στον πομπό γνωστή ως **ορθογωνική διαμόρφωση διαίρεσης συχνότητας πολυπλεξίας** (orthogonal frequency division modulation OFDM)

- θεωρούμε έναν πομπό που μεταδίδει μια ακολουθία συμβόλων δεδομένων $\{s_k\}$ μέσα από ένα κανάλι τύπου FIR με συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ και με τιμή τάξης $L$.
- η συχνοτική απόκριση του καναλιού FIR γράφεται ως

$$H(e^{j2\pi fT}) = \sum_{k=0}^{L} h[k]e^{-j2\pi fkT}$$

  με $T$ την διάρκεια του συμβόλου και την περίοδο δειγματοληψίας και είναι περιοδική με περίοδο $1/T$.
- θεωρώντας τον DFT της απόκρισης του καναλιού $H[n]$, επισημαίνουμε ότι αυτή είναι περιοδική με περίοδο $N$ (όπου ο αριθμός των ομοιόμορφων δειγμάτων σε κάθε συχνοτική περίοδο) και ισχύει ότι $H[-n] = H[N-n]$

- η σχέση ανάμεσα στην είσοδο και την έξοδο του καναλιού ακολουθεί την γραμμική συνέλιξη

$$z[k] = \sum_{i=0}^{L} h[i] s_{k-i} + w[k]$$

συνεπώς ένα διάνυσμα συμβόλων εξόδου μπορεί να γραφτεί σε μορφή πινάκων ως:

$$\begin{bmatrix} z[N] \\ z[N-1] \\ \vdots \\ z[L] \\ \vdots \\ z[1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & \cdots & h[L] & & & & & \\ & h[0] & h[1] & \cdots & h[L] & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \\ & & & h[0] & h[1] & \cdots & h[L] & & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & h[0] & h[1] & \cdots & h[L] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_N \\ s_{(N-1)} \\ \vdots \\ s_1 \\ s_0 \\ \vdots \\ s_{-(L-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w[N] \\ w[N-1] \\ \vdots \\ w[L] \\ \vdots \\ w[1] \end{bmatrix}$$

- ένα σημαντικό βήμα στην τεχνική μετάδοσης OFDM είναι η εισαγωγή αυτού που είναι γνωστό ως **κυκλικό πρόθεμα** στα μεταδιδόμενα δεδομένα.
- η τεχνική αυτή αντικαθιστά τα $L$ πρώτα στοιχεία $s_0, s_{-1}, s_{-2}, \ldots, s_{-(L-1)}$ του πιο πάνω διανύσματος δεδομένων $(N+L)$ με τα σύμβολα που βρίσκονται στο τέλος της ακολουθίας

$$\{s_N, s_{N-1}, s_{N-2}, \cdots, s_{N-L-1}\} \rightarrow \{s_0, s_{-1}, s_{-2}, \cdots, s_{L-1}\}$$

- με την εισαγωγή αυτού του κυκλικού προθέματος, μετατρέπουμε τον πίνακα του συνελικτικού καναλιού σε έναν καλά δομημένο πίνακα $\mathbf{H}_{cp}$ διαστάσεων $N \times N$

$$\mathbf{H}_{cp} = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & \cdots & h[L] & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h[0] & h[1] & \cdots & h[L] & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & h[0] & h[1] & \cdots & h[L] \\ h[L] & \ddots & \ddots & 0 & h[0] & \cdots & h[L-1] \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h[1] & \cdots & h[L] & 0 & \cdots & 0 & h[0] \end{bmatrix}$$

# Διαδικασία μετάδοσης OFDM $N$ σημείων

- αρχικά διατυπώνουμε τα δεδομένα της πηγής της πληροφορίας ως

$$\tilde{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_N \\ \tilde{s}_{N-1} \\ \vdots \\ \tilde{s}_1 \end{bmatrix} = \left( \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N \right) \begin{bmatrix} s_N \\ s_{N-1} \\ \vdots \\ s_1 \end{bmatrix}$$

- τα σύμβολα μετάδοσης της μεθόδου OFDM θα είναι

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_N \\ s_{N-1} \\ \vdots \\ s_1 \end{bmatrix} = \left( \sqrt{N} \mathbf{W}_N^{-1} \right) \begin{bmatrix} \tilde{s}_N \\ \tilde{s}_{N-1} \\ \vdots \\ \tilde{s}_1 \end{bmatrix}$$

- στην παραπάνω σχέση, παρά τον όρο $1/\sqrt{N}$ μπορούμε να χαρακτηρίσουμε τον μετασχηματισμό $\sqrt{N}\mathbf{W}_N^{-1}$ ως τον αντίστροφο DFT.
- συνεπώς προκειμένου να λάβουμε το διάνυσμα $\mathbf{s}$ και πριν εφαρμόσουμε σε αυτό την πράξη του κυκλικού προθέματος, εφαρμόζουμε IDFT στα δεδομένα της πηγής στην θέση του πομπού OFDM.

- με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να μετασχηματίσουμε το διάνυσμα της εξόδου του καναλιού μέσω της σχέσης

$$\tilde{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \tilde{z}[N] \\ \tilde{z}[N-1] \\ \vdots \\ \tilde{z}[1] \end{bmatrix} = \left( \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N \right) \begin{bmatrix} z[N] \\ z[N-1] \\ \vdots \\ z[1] \end{bmatrix}$$

και το διάνυσμα θορύβου στην έξοδο του καναλιού ομοίως

$$\tilde{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \tilde{w}[N] \\ \tilde{w}[N-1] \\ \vdots \\ \tilde{w}[1] \end{bmatrix} = \left( \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N \right) \begin{bmatrix} w[N] \\ w[N-1] \\ \vdots \\ w[1] \end{bmatrix}$$

- από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει μια πιο συμπτυγμένη μορφή

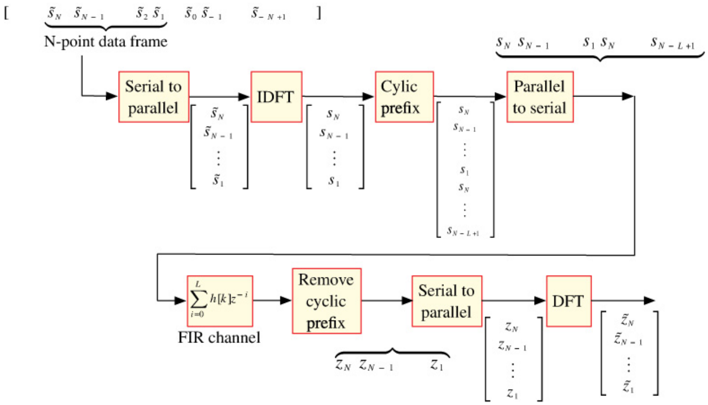
$$\tilde{z} = \mathbf{D}_H \tilde{\mathbf{s}} + \tilde{w}$$

- επειδή ο πίνακας $\mathbf{D}_H$ είναι διαγώνιος, το γινόμενο πινάκων θα είναι ουσιαστικά ένας πολλαπλασιασμός ανάμεσα στα αντίστοιχα στοιχεία των πινάκων

$$\tilde{z} = H[n]\tilde{s}_n + \tilde{w}[n] \qquad n = 1, \cdots, N$$

- η παραπάνω σχέση μας δείχνει πως μπορούμε με ισοδύναμο τρόπο να διαθέτουμε $N$ παράλληλα (υπο)κανάλια το καθένα των οποίων είναι ένα βαθμωτό κανάλι με κέρδος $H[n]$.
- το κάθε διάνυσμα των $N$ συμβόλων δεδομένων στην μετάδοση OFDM ονομάζεται πλαίσιο OFDM ή σύμβολο OFDM.
- το κάθε υποκανάλι $h[n]$ ονομάζεται υπο-φέρον.
- δηλαδή εφαρμόζοντας IDFT στο διάνυσμα των δεδομένων της πηγής και DFT στο διάνυσμα της εξόδου του καναλιού, η OFDM μετατρέπει ένα κανάλι ISI τάξης $L$ σε $N$ παράλληλα υποκανάλια χωρίς ISI.
- τα υπο-κανάλια αυτά είναι ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, επειδή οιι θόρυβοι που σχετίζονται με αυτά είναι και αυτοί ανεξάρτητοι.
- η διαμόρφωση αυτή καλείται ορθογώνια διαμόρφωση διαίρεσης συχνότητας πολυπλεξίας.

# Σχηματικό διάγραμμα συστήματος μετάδοσης OFDM




Σχήμα: Παράδειγμα συστήματος μετάδοσης OFDM $N$ σημείων

# Μέθοδος OFDM με πλήρωση μηδενικών

- Δείξαμε πριν ότι με την εισαγωγή ενός κυκλικού προθέματος μήκους $L$, ορίζουμε έναν πίνακα που περιγράφει ένα κανάλι κυκλικής συνέλιξης. Με αυτόν τον τρόπο το κανάλι που έχει ISI με τιμή τάξης ίση ή μικρότερη του $L$, μετασχηματίζεται σε $L$ παράλληλα ανεξάρτητα υποκανάλια.
- εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και την τεχνική πλήρωσης ή γεμίσματος με μηδενικά ως ακολούθως:
- αρχικά ο πομπός μετασχηματίζει τα $N$ δεδομένα εισόδου μέσω του IDFT.
- στη συνέχεια, αντί να επαναλάβουμε τα $L$ τελευταία σύμβολα, αντικαθιστούμε το κυκλικό πρόθεμα με $L$ μηδενικές τιμές και μεταδίδουμε τα $(N+L)\times 1$ δεδομένα

$$\begin{bmatrix} s_n \\ s_{N-1} \\ \vdots \\ s_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

- όλα τα υπόλοιπα βήματα της OFDM που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο διάγραμμα παραμένουν αμετάβλητα.

# Πλεονασμός κυκλικού προθέματος στην τεχνική OFDM

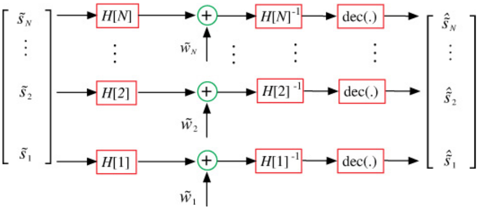
- τα δύο σημαντικά σημεία στην τεχνική OFDM είναι η **εισαγωγή του κυκλικού προθέματος** και η **χρήση του IDFT** μήκους $N$ σημείων.
- το απαραίτητο μήκος του κυκλικού προθέματος $L$ εξαρτάται από την τάξη του φίλτρου του καναλιού. Επειδή όμως η τάξη μεταβάλλεται στα πρακτικά συστήματα, ο πομπός OFDM θα πρέπει να γνωρίζει εκ των προτέρων την μέγιστη τάξη του καναλιού.
- ο πομπός μπορεί να χρησιμοποιήσει μια μεγαλύτερη τιμή τάξης καναλιού, με σπατάλη όμως του εύρους ζώνης.
- **Γιατί;** ξέρουμε ότι το κυκλικό πρόθεμα πετυχαίνει την μετάδοση $N$ συμβόλων δεδομένων με διάρκεια $(N+L)T$ με τα $L$ να εισάγονται ως πλεονασμός για την απομάκρυνση της ISI από το αρχικό κανάλι επιλογής συχνοτήτων $H(z)$.
- επειδή μεταδίδονται $(N+L)$ σύμβολα σε αντίστοιχες περιόδους, ο ρυθμός δεδομένων της OFDM γίνεται
$$\frac{N}{N+L}\frac{1}{T}$$
- αν το **κυκλικό πρόθεμα είναι μεγαλύτερο από** $L$, τότε ο **ρυθμός μειώνεται**
- αν το **κυκλικό πρόθεμα είναι μικρότερο από** $L$, τότε ο δέκτης πρέπει να συμπεριλάβει ένα φίλτρο στο πεδίο του χρόνου το οποίο ονομάζεται **φίλτρο σμίκρυνσης καναλιού** για να περιορίσει την ενεργό απόκριση του καναλιού φίλτρου μέσα στην τιμή $LT$

# Ισοστάθμιση στην τεχνική μετάδοσης OFDM

- η OFDM μετατρέπει ένα κανάλι που έχει ISI, σε $N$ παράλληλα ανεξάρτητα υπο-κανάλια τύπου AWGN τα οποία διαθέτουν προσθετικό λευκό θόρυβο τύπου Gauss με μηδενική μέση τιμή και διακύμανση ίση με $N/2$.
- το κέρδος του κάθε καναλιού είναι $H[k]$.
- βλέπουμε ότι το κάθε υπο-κανάλι δεν παρουσιάζει ISI, συνεπώς δεν χρειάζεται να περάσει από ισοσταθμιστή.
- επειδή το κάθε ένα όμως έχει διαφορετική τιμή κέρδους, η βέλτιστη απόφαση του συμβόλου $\{\tilde{s}_n\}$ από το $\tilde{z}[n] = H[n]\tilde{s}_n$ θα απαιτούσε γνώση του κέρδους του καναλιού καθώς

$$\tilde{s}_n = dec(H[n]^{-1}\tilde{z}[n]) \qquad n = 1, 2, \cdots, N$$

- ο δέκτης που προκύπτει παρουσιάζεται στο σχήμα στο οποίο φαίνεται ότι σε κάθε κανάλι θα πρέπει να εφαρμόσουμε μια προσαρμογή κέρδους απλής βαθμίδας για να αντισταθμίσουμε την κλιμάκωση του καναλιού.
- ο στόχος είναι να αντισταθμίσουμε τα $N$ υποκανάλια ώστε το συνολικό κέρδος του κάθε συμβόλου δεδομένων να είναι ίσο με την μονάδα.
- η κλιμάκωση είναι η ίδια τόσο για το σήμα, όσο και για τον θόρυβο, συνεπώς το SNR δεν αλλάζει και παραμένει ίδιο, όπως ίδια μένει και η ακρίβεια της ανίχνευσης.




Σχήμα: ισοστάθμιση κέρδους με χρήση συστοιχιών ρυθμιστών κέρδους δέκτη για $N$ ανεξάρτητα κανάλια AWGN στην OFDM

# Περαιτέρω μελέτη

- Μπορείτε να πειραματιστείτε με τις διαφορετικές τεχνικές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο αυτό, δοκιμάζοντας τα προγράμματα σε MATLAB που βρίσκονται στην ενότητα 12.12

**Signal & Image Processing, Pattern Recognition Group (SIPPRE)**
www.sippre-group.com