

Επικοινωνίες διασποράς φάσματος

Αθανάσιος Κούτρας

Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών,
Παν. Πελοποννήσου

14 Δεκεμβρίου 2022

Περιγραμματα διάλεξης

- 1 Εισαγωγή
- 2 Συστήματα FHSS
- 3 Συστήματα DSSS
- 4 Πολλαπλή πρόσβαση διαίρεσης κώδικα
- 5 MUD

Υλικό μελέτης

B.P. Lathi, Zhi Ding, "Σύγχρονες Αναλογικές και Ψηφιακές Επικοινωνίες"

ΚΕΦΑΛΑΙΟ
11

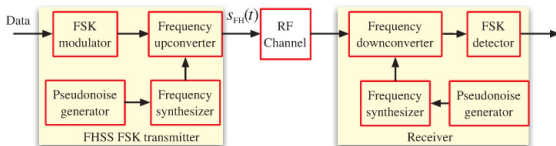
**Επικοινωνίες διασποράς
φάσματος**

Εισαγωγή

- στα παραδοσιακά ψηφιακά συστήματα επικοινωνιών, η σχεδίαση των τεχνικών μορφοποίησης παλμών βασικής ζώνης και διαμόρφωσης που παρουσιάστηκαν νωρίτερα, αποσκοπούν στο να ελαχιστοποιήσουν την ποσότητα του εύρους ζώνης που καταναλώνεται από το διαμορφωμένο σήμα κατά την μετάδοση.
- ο στόχος αυτός οφείλεται στην ανάγκη για καλή φασματική απόδοση και εξοικονόμηση πόρων που σχετίζονται με το εύρος ζώνης.
- η παραπάνω υλοποίηση παρουσιάζει δύο σημαντικά προβλήματα:
 - το συγκεντρωμένο φάσμα αποτελεί εύκολο στόχο για ανίχνευση και υποκλοπή
 - το στενό εύρος ζώνης χαρακτηρίζεται από μικρό πλεονασμό στην πληροφορία και είναι ευαίσθητο στην σκόπιμη παρεμβολή.
- Στην διάλεξη αυτή θα παρουσιάσουμε δύο σημαντικές τεχνολογίες διασποράς φάσματος για την αντιμετώπιση των παραπάνω:
 - τη διασπορά φάσματος μεταπήδησης συχνότητας (Frequency Hopping Spread Spectrum FHSS)
 - τη διασπορά φάσματος απευθείας ακολουθίας (Direct Sequence Spread Spectrum DSSS)

Συστήματα διασποράς φάσματος μεταπήδησης συχνότητας (FHSS)

- στην FHSS, ο κάθε χρήστης μπορεί να χρησιμοποιήσει το συμβατικό τρόπο διαμόρφωσης. Η μόνη διαφορά είναι ότι η φέρουσα συχνότητα μεταβάλλεται σε τακτά χρονικά διαστήματα.
- με τον τρόπο αυτό, όταν ο χρήστης μπορεί να μεταβάλλει την φέρουσα με τυχαίο αλλά προκαθορισμένο τρόπο, το σήμα που προκύπτει καταλαμβάνει ευρύτερο φάσμα και γίνεται πιο δύσκολο να ανιχνευτεί ή να υποστεί παρεμβολή (jamming).
- το σύστημα αυτό δεν είναι διαφορετικό από ένα απλό ψηφιακό σύστημα επικοινωνιών με διαμορφωτή FSK και αποδιαμορφωτή



Σχήμα: Σύστημα διασποράς φάσματος μεταπήδησης συχνότητας

- η μόνη διαφορά βρίσκεται στη μεταπήδηση της φέρουσας συχνότητας που ελέγχεται στον πομπό από μια γεννήτρια ψευδοθορύβου (pseudonoise PN)
- ο δέκτης θα πρέπει να μπορεί να παρακολουθεί τη μεταπήδηση της συχνότητας, γιατί χρησιμοποιεί μια γεννήτρια PN σε συγχρονισμό με αυτή του πομπού.
- τα περισσότερα FHSS συστήματα χρησιμοποιούν δυαδική ή M -αδική FSK αντί για τις πιο αποδοτικές PAM, PSK ή QAM.
- ο λόγος είναι ότι η FSK μπορεί να χρησιμοποιεί την λιγότερο πολύπλοκη μη σύμφωνη ανίχνευση σε αντίθεση με τις άλλες μεθόδους που στη γενική τους περίπτωση χρησιμοποιούν σύμφωνη ανίχνευση.
- η χρήση σύμφωνης ανίχνευσης δεν συμφέρει καθώς λόγω του μοντέλου μεταπήδησης ψευδοθορύβου, θα έπρεπε ο δέκτης να διατηρεί συμφωνία φάσης με τον πομπό για κάθε μια από τις συχνότητες που χρησιμοποιούνται στο μοντέλο μεταπήδησης.

- ο άνω μετατροπέας συχνότητας είναι ένας μείκτης ή πολλαπλασιαστής που ακολουθείται από ένα ζωνοπερατό φίλτρο.
- το σήμα του διαμορφωτή M -αδικής FSK είναι:

$$S_{FSK}(t) = A \cos(\omega_m t + \phi_m) \quad mT_s \leq t \leq (m+1)T_s$$

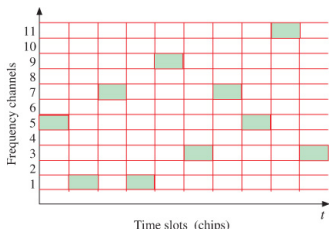
με τις γωνιακές συχνότητες της διαμόρφωσης

$$\omega_m = \omega_c \pm \frac{1}{2} \Delta\omega, \omega_c \pm \frac{3}{2} \Delta\omega, \dots, \omega_c \pm \frac{(M-1)}{2} \Delta\omega$$

- η έξοδος του συνθέτη συχνότητας είναι σταθερή για περίοδο T_c (η οποία ονομάζεται chip)

$$S_{FH}(t) = A \cos[(\omega_h + \omega_m)t + \phi_m]$$

- το πρότυπο μεταπήδησης συχνότητας ελέγχεται από τη γεννήτρια ψευδοθυρόβου και παρουσιάζεται στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα: Τυπικό πρότυπο μεταπήδησης συχνότητας (περίπτωση Bluetooth)

- στην πλευρά του δέκτη, μια ίδια γεννήτρια ψευδοθορύβου του επιτρέπει να ανιχνεύσει το σήμα FHSS μέσα στη σωστή ζώνη συχνοτήτων (όπου έχει μεταπηδήσει το σήμα).
- αν το αρχικό σήμα έχει εύρος B_s Hz, τότε το FHSS σήμα θα καταλάβει εύρος ζώνης L φορές μεγαλύτερο

$$B_c = LB_s$$

- ο παράγοντας L καλείται παράγοντας διασποράς
- θεωρούμε περίοδο συμβόλου T_c και περίοδο chip T_s , συνεπώς ο ρυθμός μετάδοσης συμβόλου είναι $R_s = 1/T_s$ και ο ρυθμός μεταπήδησης είναι $R_c = 1/T_c$

- αν $T_c \geq T_s$ τότε η FH ονομάζεται αργή μεταπήδηση. Αν $T_c < T_s$ η μεταπήδηση ονομάζεται γρήγορη και μέσα σε κάθε σύμβολο δεδομένων υπάρχουν πολλαπλές μεταπηδήσεις.
- στην περίπτωση της γρήγορης FHSS, το κάθε σύμβολο δεδομένων υφίσταται διασπορά σε πολλαπλές ζώνες και για να ανιχνευτεί, θα πρέπει να ανιχνευτεί σε όλες αυτές τις ζώνες.
- Πλεονέκτημα: κατεπολεμά την εκκούσια παρεμβολή (jamming).
- έστω μια πηγή παρεμβολής με ισχύ παρεμβολής P_j . Για ένα σήμα στενού εύρους ζώνης B_s , η πηγή της παρεμβολής μεταδίδει μέσα στα B_s σε όλες τις χρονικές στιγμές δημιουργώντας μια επίπεδη PSD ίση με P_j/B_s .

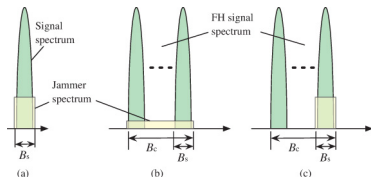
- ο λόγος σήματος προς παρεμβολή (signal to interference ratio) για τη μετάδοση στενής ζώνης είναι

$$\left(\frac{E_b}{I}\right)_{NB} = \frac{E_b}{P_j/B_s} = \frac{E_b}{P_j} B_s$$

- στην περίπτωση τη FHSS, η πηγή παρεμβολής θα πρέπει να διαιρέσει την περιορισμένη ισχύ της και να δημιουργήσει μια πιο ασθενή PSD με μέση τιμή P_j/B_c .
- σαν αποτέλεσμα το εύρος ζώνης του σήματος σε κάθε χρονική στιγμή θα είναι ίσο με B_s και το SIR:

$$\left(\frac{E_b}{I}\right)_{FH} = \frac{E_b}{P_j/B_c} = \frac{E_b}{P_j} B_c = L \left(\frac{E_b}{I}\right)_{NB}$$

- συνεπώς με παράγοντα διασποράς L το FH σήμα είναι L φορές πιο ανθετικό σε σήμα παρεμβολής με πεπερασμένη ισχύ.



Σχήμα: Οι επιδράσεις μιας (α) εκούσιας παρεμβολής στενής ζώνης (β) το σύστημα FHSS υπό καθεστώς εκούσιας παρμβολής ευρείας ζώνης (γ) εκούσια παρεμβολή μερικτής ζώνης

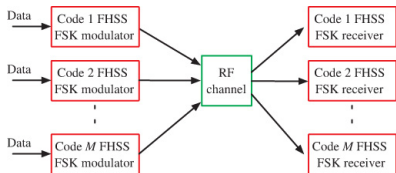
- στην προηγούμενη (γ) περίπτωση, ο παρεμβολέας αποφασίζει να συγκεντρώσει όλη την ισχύ του P_j σε ένα στενό εύρος ζώνης σήματος. Αυτό θα οδηγήσει σε μερική εκούσια παρεμβολή ζώνης.
- αν η μεταπήδηση είναι σχετικά αργή, τότε ένα από τα L σύμβολα του χρήστη θα συναντήσει ισχυρή παρεμβολή.
- για την περίπτωση της BFSK κατά την οποία η παρεμβολή έχει ως αποτέλεσμα τα bit που μεταδίδονται στη ζώνη συχνοτήτων που επηρεάζεται να διαθέτουν ως ελάχιστη τιμή του BER την 0.5.
- το συνολικό BER για το μερικώς επηρεασμένο από την παρεμβολή σύστημα όπως προκύπτει από τον μέσο όρο των L ζωνών είναι

$$P_b = \frac{L-1}{L} \cdot \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N}\right) + \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2L}$$

- συνεπώς η ανίχνευση του σήματος FHSS που έχει υποστεί μερική παρεμβολή χαρακτηρίζεται από υψηλή τιμή του BER υπό καθεστώς αργής μεταπήδησης συχνότητας.

Πολλαπλά συστήματα χρηστών FHSS

- είδαμε ότι τα συστήματα FHSS προσφέρουν μεγαλύτερη ασφάλεια απέναντι σε εχθρούς και παρεμβολείς.
- αν το σύστημα διαθέτει μόνο έναν πομπό, τότε η χρήση του πολύ μεγαλύτερου εύρους ζώνης B_c οδηγεί σε άσκοπη σπατάλη.
- για την βελτίωση της συχνοτικής απόδοσης των συστημάτων, μπορούν να γίνουν δεκτοί πολλοί χρήστες πάνω στην ίδια συχνοτική ζώνη B_c με μια μικρή απώλεια στην απόδοση.



Σχήμα: Η μέθοδος CDMA σε σύστημα FHSS στο οποίο ο καθένας από τους M χρήστες συσχετίζεται με έναν μοναδικό κωδικό PN

- οι κώδικες επιλέγονται ώστε οι χρήστες να μην συγκρούονται ποτέ μεταξύ τους στο φάσμα ή αν το κάνουν αυτό να συμβαίνει σπάνια.
- όταν πολλαπλοί χρήστες προσπελαίνουν τις ίδιες L ζώνες, η φασματική απόδοση γίνεται ίση με το αρχικό σήμα FSK, με τα πλεονεκτήματα ασφάλειας της FHSS
- το σύστημα αυτό ονομάζεται σύστημα πολλαπλής πρόσβασης με διαίρεση κώδικα (Code Division Multiple Access, CDMA)
- στην περίπτωση που έχουμε επικάλυψη δύο ή περισσότερων ακολουθιών PN των χρηστών, μπορεί να προκύψει σύγκρουση στις συχνοτικές ζώνες που οι τιμές αυτές τυχαίνει να είναι ταυτόσημες κατά την διάρκεια συγκεκριμένων chips.
- αν χρησιμοποιήσουμε καλούς κώδικες, μπορούμε να το αποτρέψουμε αυτό.
- στην πράξη, η απουσία κοινού ρολογιού συγχρονισμού που να είναι ορατό από όλους τους χρήστες, έχει σαν αποτέλεσμα κάθε ένας από αυτούς να υφίσταται την μεταπήδηση συχνότητας ανεξάρτητα από τους άλλους.
- επίσης μερικές φορές υπάρχουν περισσότεροι χρήστες που αποκτούν πρόσβαση στο σύστημα FHSS.
- τα παραπάνω οδηγούν σε συγκρούσεις (για αργά αλλά και γρήγορα συστήματα), οι οποίες θα οδηγήσουν σε άυξηση σφαλμάτων ανίχνευσης από τους χρήστες.

Επίδοση της FHSS για πρόσβαση πολλαπλών χρηστών

- για κάθε χρήστη FHSS CDMA, το πρόβλημα της σύγκρουσης περιορίζεται στη δική του μερική ζώνη. Οι συνέπειες των συγκρούσεων είναι παρόμοιες με την κατάσταση που παρατηρείται στη μερική σκόπιμη παρεμβολή ζώνης.
- ισχύει ότι η πιθανότητα ανίχνευσης σφάλματος συμβόλου στην M -αδική FSK είναι

$$P_{eM} = 1 - P_{cM} = \sum_{m=1}^{M-1} \binom{M-1}{m} \frac{(-1)^{m+1}}{m+1} e^{-mE_b \log_2 M / N(m+1)}$$

- στην περίπτωση ενός αργού συστήματος FHSS, η πιθανότητα ανίχνευσης σφάλματος είναι ίση με την πάνω σχέση.
- ο ρυθμός BER για το δυαδικό FSK επίσης γνωρίζουμε ότι είναι ίσος με

$$P_b = \frac{1}{2} e^{-E_b/2N}$$

- υποθέτουμε ότι κατά την ταυτόχρονη μετάδοση δύο χρηστών στην ίδια ζώνη συχνοτήτων, η πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος είναι 0.5
- η συνολική πιθανότητα σφάλματος bit μπορεί να μοντελοποιηθεί ως

$$P_b = \frac{1}{2}e^{-E_b/2N}(1 - P_h) + \frac{1}{2}P_h$$

όπου P_h είναι η πιθανότητα σύγκρουσης που πρέπει να προσδιορίσουμε:

- αν υπάρχουν L θυρίδες συχνότητας, η πιθανότητα να είναι παρών ένας παρεμβολέας στην θυρίδα του επιθυμητού χρήστη είναι $1/L$.
- αν υπάρχουν $L - 1$ συνολικά παρεμβολείς ή χρήστες, η πιθανότητα να είναι ένας από αυτούς παρών στην επιθυμητή θυρίδα συχνότητας είναι

$$P_h = 1 - \left(1 - \frac{1}{L}\right)^{M-1} \approx \frac{M-1}{L}$$

- συνεπώς με αντικατάσταση προκύπτει

$$P_b = \frac{1}{2}e^{-E_b/2N} \left(1 - \frac{M-1}{L}\right) + \frac{1}{2} \frac{M-1}{L}$$

- αν $M = 1$, η παραπάνω οδηγεί στην τιμή BER της BFSK
- για $M \neq 1$ και $E_b/N \rightarrow \infty$ βρίσκουμε την ελάχιστη τιμή BER που ανιχνεύεται και οφείλεται στην παρεμβολή πολλαπλής πρόσβασης (MAI)

$$P_b = \frac{1}{2} \frac{M-1}{L} = \frac{1}{2}P_h$$

Ασύγχρονη FHSS

- η προηγούμενη ανάλυση υποθέτει ότι οι φέρουσες συχνότητες για όλους τους χρήστες πραγματοποιούν τις μεταπήδησεις τους υπό καθεστώς συγχρονισμού (μεταπήδηση συχνότητας με σχισμές).
- αυτό δεν είναι ρεαλιστικό καθώς ακόμα και αν επιτευχθεί συγχρονισμός ανάμεσα στα ρολόγια των επιμέρους χρηστών, οι διαφορετικές διαδρομές μετάδοσης δεν οδηγούν σε ταυτόχρονη άφιξη λόγω καθυστερήσεων.
- σε αυτή την ασύγχρονη περίπτωση η πιθανότητα χτυπήματος είναι

$$P_h = 1 - \left[1 - \frac{1}{L} \left(1 + \frac{1}{N_b} \right) \right]^{M-1}$$

με N_b το πλήθος των bits ανά μεταπήδηση

- παρατηρούμε ότι η παραπάνω πιθανότητα χτυπήματος είναι μεγαλύτερη από την περίπτωση της σύγχρονης.
- η BER είναι ίση με

$$P_b = \frac{1}{2} e^{-E_b/N} \left[1 - \frac{1}{L} \left(1 + \frac{1}{N_b} \right) \right]^{M-1} + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{1}{L} \left(1 + \frac{1}{N_b} \right) \right]^{M-1} \right\}$$

- από την παραπάνω φαίνεται ότι η BER για τους χρήστες FHSS ελαττώνεται με την αύξηση του παράγοντα διασποράς.

Διασπορά φάσματος απευθείας ακολουθίας (DSSS)

- τα συστήματα FHSS έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα ως μικρή πολυπλοκότητα στους πομπο-δέκτες και καλή αντίσταση στην εκούσια παρεμβολή.
- η δυσκολία όμως στον συγχρονισμό του φέροντος σήματος σε συνθήκες μεταπήδησης συχνότητας, έχει σαν αποτέλεσμα τη χρήση μόνο μη σύμφωνων αποδιαμορφώσεων για FSK και DPSK.
- αυτό μειώνει την απόδοση BER των μεθόδων σε σύγκριση με QAM που απαιτούν σύμφωνη ανίχνευση.
- ένα άλλο μειονέκτημα που παρουσιάζουν είναι η ευαισθησία στις συγκρούσεις που την κάνουν λιγότερο αποδοτική για CDMA.
- αυτό έχει οδηγήσει στην χρήση συστημάτων DSSS διασποράς φάσματος απευθείας ακολουθίας τα οποία είναι πιο αποδοτικά όσον αφορά στο εύρος ζώνης και την ισχύ.

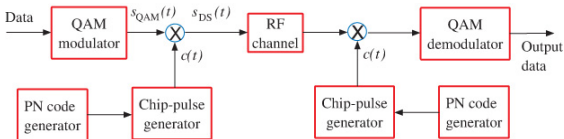
Η βέλτιστη ανίχνευση DSSS PSK

- η DSSS είναι η καταλληλότερη τεχνολογία ως προς την χρήση του εύρους ζώνης για γραμμικές διαμορφώσεις όπως οι QAM και η PSK.
- επιτυγχάνεται και αυτή από μια ακολουθία ψευδοθρούβου που ονομάζεται κώδικας PN.
- η PN είναι τις περισσότερες φορές δυαδική (σύμβολα 0 και 1) τα οποία αναπαρίστανται από την πολική σηματοδοσία $+1$ και -1 .
- για να αντιμετωπίσει το πρόβλημα του συγχρονισμού του chip αλλά και να μειώσει την ISI, η DSSS έχει κάποιες ιδιότητες που σχετίζονται με την ετεροσυσχέτιση και την αυτοσυσχίση.

- κατά την λειτουργία της, επεκτείνει το φάσμα στενής ζώνης χρησιμοποιώντας σήμα διασποράς $c(t)$.
- το σήμα των αρχικών δεδομένων υφίσταται γραμμική διαμόρφωση QAM σε σήμα $s_{QAM}(t)$.
- αντί την μετάδοση του, το σήμα αυτό τροποποιείται πολλαπλασιάζοντας το με το σήμα QAM στενής ζώνης.
- η συχνότητα του φέροντος σήματος παραμένει ίδια και ίση με ω_c , το νέο σήμα μετά την διασπορά γίνεται

$$S_{DS} = S_{QAM}(t)c(t)$$

- το εύρος ζώνης του σήματος διασποράς ισούται με το άθροισμα των τιμών του εύρους του σήματος QAM και του σήματος διασποράς $c(t)$

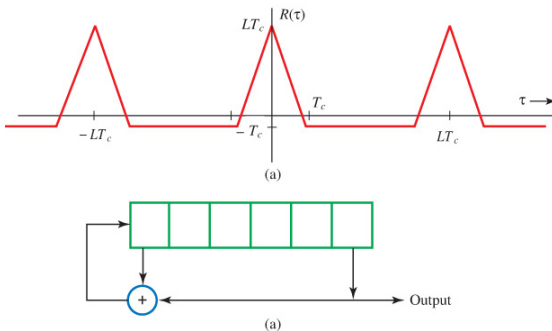


Σχήμα: Σύστημα DSSS

Δημιουργία ακολουθίας PN

- μια καλή ακολουθία PN θα πρέπει να παρουσιάζει τα χαρακτηριστικά λευκού θορύβου. Η αυτοσυσχέτιση της θα πρέπει να παρουσιάζει μέγιστο στο $\tau = 0$ και μικρή τιμή για όλες τις άλλες θέσεις
- επίσης επειδή σε εφαρμογές CDMA, πολλοί χρήστες μοιράζονται την ίδια ζώνη με διαφορετικές ακολουθίες PN, πρέπει η ετεροσυσχέτιση ανάμεσα σε διαφορετικά ζεύγη ακολουθιών PN να είναι όσο το δυνατό πιο μικρή για να ελαττωθεί η παρεμβολή.
- η ακολουθία αυτή θα πρέπει να είναι περιοδική. Για να δημιουργηθεί μπορεί να χρησιμοποιηθεί κύκλωμα με καταχωρητή ολίσθησης μέγιστου μήκους με κατάλληλη σύνδεση αναδρομής.
- το μήκος της ακολουθίας αυτής είναι $L = 2^m - 1$ bits που αποτελεί και τη μέγιστη περίοδο μιας τέτοιας μηχανής πεπερασμένων καταστάσεων.
- ισχύει ότι ένας κώδικας διασποράς DSSS είναι βραχύς εάν η περίοδος της ακολουθίας PN είναι ίση με την περίοδο του συμβόλου δεδομένων T_s .
- ομοίως ο κώδικας διασποράς είναι μακροσκελής, εάν η περίοδος της ακολουθίας PN είναι ένα μεγάλο πολλαπλάσιο της περιόδου του συμβόλου δεδομένων

- για τη γεννήτρια έξι βαθμίδων του σχήματος, το μήκος $L = 63$. Για αυτού του είδους τις ακολουθίες (βραχίετες), η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι σχεδόν μια κρουστική συνάρτηση και είναι και περιοδική.



Σχήμα: (α) η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης μιας ακολουθίας PN (β) μια γεννήτρια έξι βαθμίδων για μια ακολουθία PN μέγιστου μήκους

Ανάλυση DSSS απλού χρήστη

- σύμφωνα με το σχήμα που παρουσιάστηκε προηγουμένως, θα πρέπει για να πετύχουμε διασπορά φάσματος, ο παλμός $c(t)$ να μεταβάλλεται πολύ γρήγορα σε σχέση με τα σύμβολα QAM.
- υπάρχουν πολλαπλά chips με τιμές ± 1 , μέσα στο καθένα η διάρκεια του κάθε συμβόλου είναι ίση με T_s .
- θεωρώντας τον παράγοντα

$$L = T_s/T_c \quad T_c \text{ η περίοδος του chip}$$

το φάσμα του σήματος διασποράς θα είναι L φορές πιο εκτεταμένο από το αρχικό φάσμα διαμόρφωσης:

$$B_c = (L + 1)B_s \approx L \cdot B_s$$

- επειδή το σήμα $c(t)$ σε κάθε χρονική τιμή είναι ίσο με ± 1 , λαμβάνοντας υπόψη την πολική φύση του, ο δέκτης για ένα κανάλι AWGN μπορεί εύκολα να αναιρέσει τη διασπορά του ληφθέντος σήματος

$$y(t) = s_{DS}(t) + n(t) = S_{QAM}(t)c(t) + n(t)$$

- αν πολλαπλασιάσουμε το ληφθέν σήμα με το chirp $c(t)$, θα έχουμε

$$r(t) = s_{QAM} + n(t)c(t)$$

- η ανάλυση του δέκτη DSSS εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του θορύβου $x(t)$ το οποίο είναι τύπου Gauss με μηδενική μέση τιμή. Για την ανάλυση του σήματος θα πρέπει να υπολογίσουμε την PSD του $x(t)$
- μετά από υπολογισμούς προκύπτει

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S_N(v)S_c(f-v)dv$$

- για τις παραπάνω παραδοχές

$$S_x(f) = \sum_k S_n(f/LT_c)$$

- θεωρούμε την περίπτωση ορθογώνιας προσέγγισης της ακολουθίας chip, για την οποία ο θορυβος στον δέκτη είναι τύπου Gauss με μηδενικό μέσο όρο. Επιπλέον ο θόρυβος στον δέκτη φιλτράρεται (για πρακτικούς λόγους) ώστε να περιοριστεί στο εύρος ζώνης από την τιμή $1/2T_c$.
- για τις περιπτώσεις αυτές το φάσμα του θορύβου μετά την αποδιασπορά είναι ίσο με

$$S_x(f) = \frac{N}{2}$$

- δηλαδή συμπεραίνουμε ότι το φασματικό περιεχόμενο του θορύβου παραμένει αναλλοίωτο και μπορεί να εφαρμοστεί η ίδια ανάλυση της απόδοσης που είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο της σύμφωνης QAM και PSK.
- σε αυτή την περίπτωση η πιθανότητα σφάλματος του βέλτιστου δέκτη είναι

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N}}\right)$$

- συνεπώς η πιθανότητα σφάλματος ενός βέλτιστου δέκτη είναι αμετάβλητη ανεξάρτητα από το αν χρησιμοποιούμε DSSS ή όχι.

Τα ανθεκτικά χαρακτηριστικά της DSSS

- τα σχήματα DSSS όπως και τα FHSS παρουσιάζουν μεγαλύτερη ασφάλεια απέναντι σε ενδεχόμενη εκούσια παρεμβολή ή απόπειρα ανίχνευσης, διασκορπίζοντας την ενέργεια του σήματος σε ζώνη με εύρος L φορές μεγαλύτερο.
- το μικρό επίπεδο ισχύος δεν είναι εύκολο να ανιχνευτεί από τους υποκλοπέες
- οι υποκλοπέες δεν γνωρίζουν επακριβώς τον κώδικα διασποράς του χρήστη $c(t)$ ώστε να μπορέσουν να κάνουν αποδιασπορά και να ανακτήσουν το QAM σήμα βασικής ζώνης.
- αν θεωρήσουμε μια υποκλοπή $i(t)$ που έχει πλήξει τον δέκτη

$$y(t) = s_{QAM}(t)c(t) + i(t)$$

με εύρος ζώνης παρεμβολής B_i .

- μετά την αποδιασπορά το σήμα εξόδου μαζί με την παρεμβολή θα είναι ίσο με

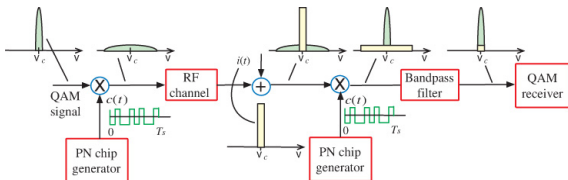
$$i_a(t) = i(t)c(t) \rightarrow I(f) \star C(f)$$

η οποία έχει προσεγγιστικό εύρος ζώνης ίσο με

$$B_c + B_i = LB_s + B_i$$

- παρατηρούμε ότι εξαιτίας της αποδιασποράς η παρεμβολή στενής ζώνης είναι έτσι μόνο με το $1/(L + 1)$ του αρχικού φασματικού μέτρου.
- το επιθυμητό QAM σήμα εξακολουθεί και διαθέτει το αρχικό του εύρος ζώνης $(\omega_c - \pi B_s, \omega_c + \pi B_s)$.
- συνεπώς η αποδιασπορά μπορεί να μειώσει το λόγο σήματος προς παρεμβολή κατά έναν παράγοντα με τιμή ίση με

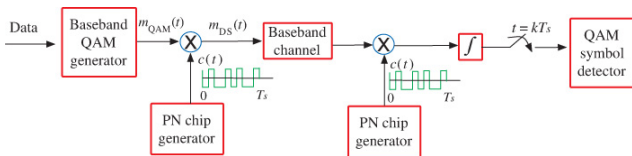
$$\frac{\frac{E_b}{P_i/B_s}}{\frac{E_b}{P_i/(L+1)B_s}} = L + 1$$



Σχήμα: Μετριάσμός της παρεμβολής στενής ζώνης από το μηχανισμό αποδιασποράς του συστήματος DSSS

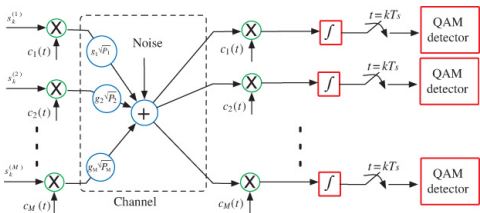
Πολλαπλή πρόσβαση διαίρεσης κώδικα

- ένα διάγραμμα RF ενός συστήματος DSSS μπορεί να αναπαρασταθεί με ισοδύναμο τρόπο όπως φαίνεται στο σχήμα.
- παρατηρούμε ότι το σύμβολο δεδομένων QAM s_k χρησιμοποιεί το $c(t)$ ως το σχήμα παλμού για μετάδοση.
- στη θέση του δέκτη, ο βέλτιστος δέκτης θα απαιτεί τη χρήση του σήματος $c(t)$ ως τον δέκτη συσχέτισης (ή ως προσαρμοσμένο φίλτρο). Ο δέκτης αυτός είναι γνωστός ως ένας συμβατικός βέλτιστος δέκτης απλού χρήστη.



Σχήμα: Ισοδύναμο διάγραμμα βασικής ζώνης συστήματος DSSS

- είναι λογικό ότι η χρήση του παραπάνω συστήματος για ένα μόνο σήμα κατά τη μετάδοση, η χρήση του μεγάλου εύρους ζώνης B_c προκαλεί μεγάλη σπατάλη εύρους.
- όπως και στην FHSS, έτσι και εδώ, η CDMA μπορεί να επιτευχθεί επιτρέποντας σε πολλαπλούς χρήστες όπου ο καθένας έχει το δικό του διακριτό σήμα διασποράς PN να προσπελάσουν ταυτόχρονα το μεγάλο εύρος ζώνης LB_s



Σχήμα: Σύστημα πολλαπλής πρόσβασης διαίρεσης κώδικα (CDMA) που στηρίζεται στο DSSS

- στην μετάδοση αυτή που δεν στηρίζεται σε διαίρεση χρόνου ή συχνότητας, παρατηρούμε την παρεμβολή πολλαπλής πρόσβασης (multiple access interference MAI) σε κάθε έναν από τους δέκτες.
- η έξοδος ενός δοθέντος δέκτη σε ένα χρονικό διάστημα $[(k-1)T_s, kT_s]$ και για το υπ' αριθμόν k σύμβολο $s_k^{(i)}$ των χρηστών είναι:

$$r_k^{(i)} = g_i \sqrt{P_i} R_{i,i}(k) s_k^{(i)} + \sum_{j \neq i}^M g_j \sqrt{P_j} R_{ij}(k) s_k^{(j)} + n_i(k)$$

με τον όρο του αθροίσματος να είναι ίσος με την παρεμβολή $I_k^{(i)}$ που προκαλείται από τους υπόλοιπους $M-1$ χρήστες

- στην παραπάνω σχέση, R_{ij} είναι ο συντελεστής ετεροσυσχέτισης ανάμεσα σε δύο κώδικες διασποράς ο οποίος στα συστήματα CDMA βραχέως κώδικα είναι σταθερός.
- όταν οι κώδικες διασποράς επιλέγονται έτσι ώστε να ικανοποιούν την συνθήκη της ορθογωνιότητας

$$R_{ij}(k) = 0 \quad i \neq j$$

τότε η παρεμβολή πολλαπλής πρόσβασης CDMA είναι ίση με το μηδέν και κάθε χρήστης επιτυγχάνει μια απόδοση παρόμοια με αυτή του απλού χρήστη DSSS ή χρήστη QAM βασικής ζώνης.

- υπάρχουν ορθογώνιοι κώδικες διασποράς τους οποίους μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όπως οι κώδικες Walsh-Hadamard.

Η προσέγγιση Gauss για την μη ορθογώνια MAI

- στις περισσότερες των περιπτώσεων που υπάρχουν, οι κώδικες διασποράς δεν είναι ορθογώνιοι πλήρως. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την επίδραση της MAI στην απόδοση της ανίχνευσης των χρηστών.
- για να μπορέσει να αναλυθεί η επίδραση της MAI σε έναν δέκτη απλού χρήστη θα πρέπει να μελετηθεί η κατανομή πιθανότητας της MAI.
- αυτό από μόνο του είναι πολύ δύσκολο, για αυτό τον λόγο καταφεύγουμε με προσέγγιση.
- για την περίπτωση μεγάλης τιμής του M , σύμφωνα με το θεώρημα κεντρικού ορίου η προσέγγιση της MAI μπορεί να γίνει ως μια τυχαία μεταβλητή Gauss.
- ο λόγος σήμα προς θόρυβο γίνεται

$$\frac{2E_b}{E_b(|g_i|^2 P_i |R_{i,i}(k)|^2)^{-1} \sum_{j \neq i}^M |g_j|^2 P_j |R_{ij}(k)|^2 + N}$$

- ενώ για την ιδιική περίπτωση της BPSK ή της πολικής σηματοδοσίας, η τιμή του BER για τον χρήστη i είναι κατά προσέγγιση ίση με

$$Q\left(\frac{2E_b}{E_b(|g_i|^2 P_i |R_{i,i}(k)|^2)^{-1} \sum_{j \neq i}^M |g_j|^2 P_j |R_{ij}(k)|^2 + N}\right)$$

- στην περίπτωση που έχουμε έναν χρήστη, η παραπάνω σχέση μετασχηματίζεται στο γνωστό αποτέλεσμα BER της πολικής σηματοδοσίας

$$P_b = Q\left(\frac{2E_b}{N}\right)$$
- το ίδιο αποτέλεσμα έχουμε και στην περίπτωση που έχουμε αμοιβαία ορθογώνιους κώδικες διασποράς.
- στην περίπτωση που δεν έχουμε καθόλου θόρυβο, και ο λόγος σήμα προς θόρυβο είναι πάρα πολύ μεγάλος μπορούμε να γράψουμε:

$$\lim_{E_b/N \rightarrow \infty} P_b = Q\left(\frac{|g_i|^2 P_i |R_{i,i}(k)|^2}{\sum_{j \neq i}^M |g_j|^2 P_j |R_{ij}(k)|^2}\right)$$

- το παραπάνω είναι το θεωρητικό καθολικό ελάχιστο το οποίο δεν μπορεί να μειωθεί περισσότερο για την οριακή περίπτωση της MAI.

Το πρόβλημα Near - Far

- η προηγούμενη προσέγγιση τύπου Gauss για την παρεμβολή MAI έχει κάποιους περιορισμούς, καθώς για να ισχύει το θεώρημα κεντρικού ορίου, θα πρέπει να έχουμε μεγάλο πλήθος χρηστών M .
- σε ένα τυπικό σύστημα όμως CDMA, το πλήθος των χρηστών είναι μεταξύ 64 – 128. Όταν λοιπόν το M δεν είναι μεγάλο, η προσέγγιση είναι ανακριβής σε ένα near-far περιβάλλον.
- Τι είναι το περιβάλλον near-far;
 - ο επιθυμητός πομπός είναι πολύ πιο μακριά από τους δέκτες του σε σχέση με άλλους πομπούς που μπορεί να παρεμβάλλονται
 - οι κώδικες διασποράς δεν είναι αμοιβαία ορθογώνιοι μεταξύ τους.
- στο περιβάλλον κοντινής - μακρινής απόστασης είναι πιθανό το μικρότερο κέρδος του σήματος και η μη-μηδενική ετροσυσχέτιση να οδηγήσουν στην κυριαρχία της κοντινής (ισχυρής) συνιστώσας

$$\sum_{j \in J} g_j R_{ij}(k) s_k^{(j)} \quad J : \text{ένα σύνολο χρηστών}$$

έναντι της μακρινής (αδύναμης) συνιστώσας

$$g_i R_{i,i}(k) s_k^{(i)}$$

Έλεγχος ισχύος στη μέθοδο CDMA

- για να αντιμετωπίσουμε το προηγούμενο πρόβλημα της διαφοράς στις τιμές ισχύος των σημάτων των χρηστών στη θέση του δέκτη, θα πρέπει να αυξήσουμε την ισχύ των μακρινών χρηστών, ελαττώνοντας την ισχύ των κοντινών χρηστών.
- η μέθοδος αυτή ονομάζεται έλεγχος ισχύος στη μέθοδο CDMA.
- ο έλεγχος ισχύος προϋποθέτει ότι όλοι οι δέκτες είναι συνεγκατεστημένοι (π.χ. επικοινωνία κινητών τηλεφώνων σε συγκεκριμένη κυψέλη)
- σε αυτή την περίπτωση έχουμε και προς τα άνω (αντίστροφη) και προς τα κάτω (εμπρόσθια) ζεύξη.
- η πρώτη περιγράφει τις μεταδόσεις των κινητών στην βάση, η δεύτερη τη μετάδοση του σταθμού βάσης προς κινητό.
- το φαινόμενο near-far δεν εμφανίζεται στην προς τα κάτω ζεύξη.
- για την επίλυση του προβλήματος, ο σταθμός βάσης στέλνει οδηγίες στα κινητά τηλέφωνα για αυξήσουν ή ελαττώσουν τις τιμές της ισχύος μετάδοσης.
- στόχος είναι όλα τα σήματα να φτάσουν στον σταθμό με την ίδια ισχύ.

Ανθεκτικότητα στο πρόβλημα near-far

- ο στόχος είναι να καθορίσουμε για το αν ένας δέκτης CDMA μπορεί να υπερνικήσει την παρεμβολή MAI αυξάνοντας τον λόγο σήματος προς θόρυβο E_b/N .
- ένας δέκτης είναι ανθεκτικός αν μπορούμε να βρούμε έναν μη μηδενικό συντελεστή γ τέτοιον ώστε ανεξάρτητα από το πόσο ισχυρές είναι οι παρεμβολές, η πιθανότητα ενός σφάλματος $P_b^{(i)}$ ως συνάρτηση του λόγου E_b/N να ικανοποιεί τη σχέση:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{P_b^{(i)}(E_b/N)}{Q(\sqrt{\gamma \cdot 2E_b/N})} < +\infty$$

- αυτό σημαίνει ότι ο δέκτης αυτού του τύπου δεν θα χαρακτηρίζεται από ελάχιστη τιμή BER στο όριο $N \rightarrow 0$
- η ανάλυση του δέκτη προσαρμοσμένου φίλτρου που στηρίζεται σε προσέγγιση Gauss, δεν έχει ανθεκτικότητα στο near-far πρόβλημα.
- ο έλεγχος ισχύος δεν λύνει το πρόβλημα.
- Η λύση είναι να εφαρμόσουμε από τους δέκτες να ανιχνεύουν από κοινού όλα τα σύμβολα των χρηστών, αντί να προσεγγίσουν το άθροισμα των παρεμβολών ως πρόσθετο θόρυβο Gauss.

Η βέλτιστη MUD - Δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας MLE

- ο δέκτης MUD βασίζεται στον ανιχνευτή μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum likelihood detector) υπό την παραδοχή ισοπίθανων συμβόλων. Στην περίπτωση αυτή το σύμβολο που αναγνωρίζεται είναι το

$$\mathbf{s}_k = \underset{\mathbf{s}_k}{\operatorname{argmax}} p(\mathbf{r}_k | \mathbf{s}_k)$$

- μετά από υπολογισμούς, καταλήγουμε στο

$$\underset{\mathbf{s}_k}{\operatorname{max}} p(\mathbf{r}_k | \mathbf{s}_k) = \underset{\mathbf{s}_k}{\operatorname{min}} \|\mathbf{R}_k^{-1/2}(\mathbf{r}_k - \mathbf{R}_k \mathbf{D} \mathbf{s}_k)\|^2$$

όπου \mathbf{R}_k είναι ο πίνακας με τις συσχετίσεις της ακολουθίας διασποράς, \mathbf{D} ένας τετραγωνικός πίνακας που περιλαμβάνει την ισχύ των σημάτων των χρηστών στην κύρια διαγώνιο $g_i \sqrt{P_i}$, \mathbf{r}_k το ληφθέν διάνυσμα δεδομένων και \mathbf{s}_k το διάνυσμα με τα σύμβολα προς ανίχνευση.

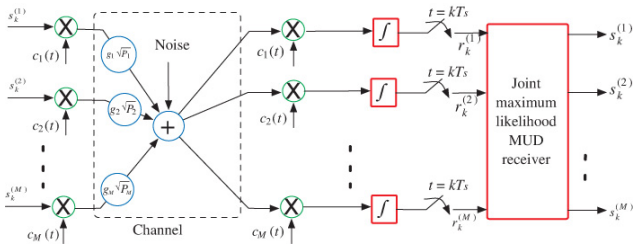
- από την παραπάνω γίνεται κατανοητό ότι ο δέκτης MUD θα πρέπει να υπολογίσει και να συγκρίνει τις τιμές των ποσοτήτων

$$\|\mathbf{R}_k^{-1/2}(\mathbf{r}_k - \mathbf{R}_k \mathbf{D} \mathbf{s}_k)\|^2$$

για όλες τις δυνατές επιλογές του άγνωστου διανύσματος συμβόλου του χρήστη \mathbf{s}_k

- για παράδειγμα για την 16-QAM η πολυπλοκότητα απαιτεί 16^M εκτιμήσεις που προκαλεί μεγάλη πολυπλοκότητα.

Η βέλτιστη MUD - Δέκτης μέγιστης πιθανοφάνειας MLE



Σχήμα: Δέκτης MUD ανίχνευσης πολλαπλών χρηστών μέγιστης πιθανοφάνειας

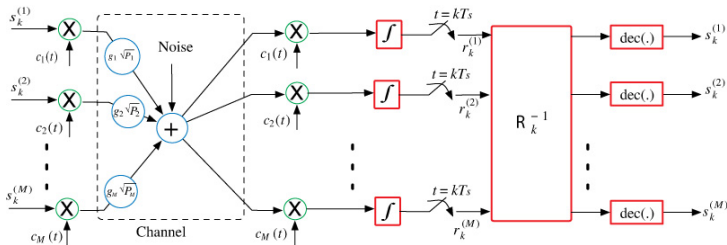
Αποσυσχετιστής δέκτης

- για να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος της προηγούμενης υλοποίησης, έχει προταθεί ο αποσυσχετιστής δέκτης MUD.
- η μέθοδος αυτή είναι γραμμική μέθοδος και χρησιμοποιεί απλούς πολλαπλασιασμούς πινάκων για την απομάκρυνση της παρεμβολής MAI ανάμεσα στους διαφορετικούς χρήστες.
- η παρεμβολή προκαλείται από τον πίνακα συσχέτισης (μη-διαγώνιο) \mathbf{R}_k . Για την απομάκρυνση του, πολλαπλασιάζουμε από αριστερά το \mathbf{r}_k

$$\mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{r}_k = \mathbf{D} \mathbf{s}_k + \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{n}_k$$

- για την ανίχνευση του συμβόλου του χρήστη χρησιμοποιείται ένας μηχανισμός σκληρής απόφασης QAM $\hat{\mathbf{s}}_k = \text{dec}(\mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{r}_k)$
- παρουσιάζει υπολογιστική πολυπλοκότητα η οποία αυξάνει μόνο ως $O(M^2)$, ενώ είναι ανθεκτικός στο near-far πρόβλημα

Αποσυσχετιστής δέκτης



Σχήμα: Αποσυσχετιστής MUD δέκτης

Δέκτης ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος

- το μειονέκτημα του αποσυσχετιστή έγκειται στον μετασχηματισμό του θορύβου $\mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{n}_k$
- αν ο πίνακας συσχέτισης είναι κακής κατάστασης, τότε έχουμε ενίσχυση του θορύβου.
- για να μετριάσουμε το πρόβλημα αυτό, ελαχιστοποιούμε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα βρίσκοντας τον πίνακα \mathbf{G}_k ως

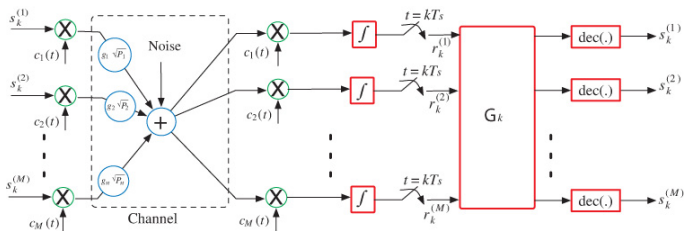
$$\min_{\mathbf{G}} E \|\mathbf{s}_k - \mathbf{G}\mathbf{r}_k\|^2$$

- μετά τον προσδιορισμό του, ο δέκτης MUD λαμβάνει μια σκληρή απόφαση για το γραμμικώς μετασχηματισμένο σήμα ώστε $\hat{\mathbf{s}}_k = \text{dec}(\mathbf{G}\mathbf{r}_k)$
- μετά από υπολογισμούς, ο πίνακας \mathbf{G}_k του βέλτιστου γραμμικού δέκτη είναι

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{D}^H \mathbf{R}_k^H \left(\mathbf{R}_k \mathbf{D} \mathbf{D}^H \mathbf{R}_k^H + \frac{N}{2} \mathbf{R}_k \right)^{-1}$$

- όπως και ο αποσυσχετιστής δέκτης, παρουσιάζει υπολογιστική απαίτηση λόγω πολλαπλασιασμού με τον \mathbf{G}_k
- και αυτός είναι ανθεκτικός στο πρόβλημα near-far.

Δέκτης ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος



Σχήμα: Δέκτης MUD ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος

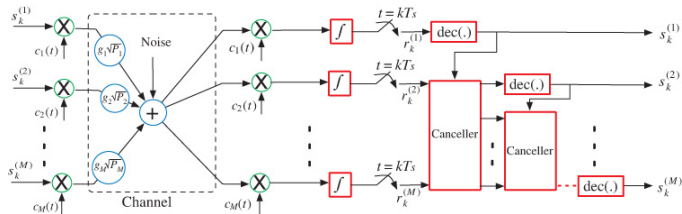
Δέκτης ανάδρασης απόφασης

- ο αποσυσχετιστής δέκτης και ο δέκτης MMSE είναι γραμμικές μέθοδοι και παρουσιάζουν χαμηλή πολυπλοκότητα
- ο βέλτιστος δέκτης MUD είναι μη γραμμικός αλλά απαιτεί πολύ μεγαλύτερη πολυπλοκότητα.
- υπάρχει και ένας ενδιάμεσος υπο-βέλτιστος δέκτης ο οποίος είναι μη-γραμμικός, στηρίζεται στην έννοια της διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολής γνωστή ως δέκτης MUD ανάδρασης απόφασης.
- βασίζεται στο γεγονός ότι σε ένα περιβάλλον near-far οι χρήστες δεν υποφέρουν όλοι στον ίδιο βαθμό.
- στο περιβάλλον αυτό τα ισχυρότερα σήματα αποτελούν τους νικητές, ενώ τα ασθενέστερα σήματα αποτελούν τους χαμένους.
- για τον λόγο αυτό κατατάσσουμε τους χρήστες σύμφωνα με την ατομική τους ισχύ όπως καταμετράται από την $P_i g_i^2$.
- τα πιο ισχυρά QAM σύμβολα των χρηστών ανιχνεύονται πρώτα χρησιμοποιώντας μόνο συμβατικούς δέκτες προσαρμοσμένου φίλτρου (για απλούς χρήστες). Έτσι οι συνέπειες της παρεμβολής αυτών ακυρώνονται.
- το ίδιο επαναλαμβάνεται για τα επόμενα σύμβολα κ.ο.κ. μέχρι την ανίχνευση και του τελευταίου πιο ασθενούς συμβόλου του χρήστη μετά από την ακύρωση της παρεμβολής MAI.

- ο δέκτης αυτός είναι γνωστός και ως δέκτης διαδοχικής ακύρωσης παρεμβολής (Successive Interference Cancellation - SIC)
- η λειτουργία του συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:
 - Βήμα 1: κατατάσσουμε τα σήματα των χρηστών με κριτήριο την τιμή της ισχύος τους
 - Βήμα 2: ανιχνεύουμε το ισχυρότερο (από αυτά που έχουν παραμείνει) σύμβολο του χρήστη $\hat{s}_k^{(l)} = dec(y_l^{(l)})$
 - Βήμα 3: ακυρώνουμε την ισχυρότερη παρεμβολή του χρήστη από τα λαμβανόμενα σήματα

$$y_{l+1}^{(i)} = y_l^{(i)} - g_l \sqrt{P_l} R_{i,l}(k) \hat{s}_k^l \quad i = l + 1, \dots, M$$

- Βήμα 4: θέτουμε $l = l + 1$ και επαναλαμβάνουμε το Βήμα 2 μέχρι να τελειώσουν όλα τα σήματα.
- απαιτεί πολύ λίγους υπολογισμούς γιατί η πολυπλοκότητα είναι της τάξης μόνο του $O(M^2)$
- αν γίνεται σωστή ανίχνευση των συμβόλων, εξαλείφει το πρόβλημα near-far.
- το βασικό μειονέκτημα είναι οι συνέπειες της μετάδοσης σφάλματος στην ανίχνευση ενός ισχυρού σήματος. Αυτό θα έχει ως συνέπεια την μετάδοση του στα επόμενα σύμβολα χρήστη το οποίο μπορεί να προκαλέσει περαιτέρω σφάλματα με συνέπεια την αύξηση (αντί μείωση) της MAI.



Σχήμα: Δέκτης MUD ανάδρασης απόφασης που στηρίζεται σε διαδοχική ακύρωση παρεμβολής

Περαιτέρω μελέτη

- Μπορείτε να πειραματιστείτε με τις διαφορετικές τεχνικές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο αυτό, δοκιμάζοντας τα προγράμματα σε MATLAB που βρίσκονται στην ενότητα 11.9

Επιπλέον Βιβλιογραφία

Εκτός από το σύγγραμμα των Lathi και Ding "Σύγχρονες Αναλογικές και Ψηφιακές Επικοινωνίες", οι φοιτητές μπορούν να ανατρέξουν και στα παρακάτω βιβλία για πρόσθετο υλικό μελέτης:

- Proakis, Salehi, "Συστήματα Τηλεπικοινωνιών", Δεύτερη Έκδοση, Εκδόσεις Fountas (Κεφάλαιο 15)



Signal & Image Processing, Pattern Recognition Group (SIPPRE)

www.sippre-group.com