

Αρχές μετάδοσης ψηφιακών δεδομένων

Αθανάσιος Κούτρας

Αναπληρωτής Καθηγητής

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών,
Παν. Πελοποννήσου

23 Νοεμβρίου 2021

Περίγραμμα διάλεξης

- 1 Ψηφιακά συστήματα επικοινωνιών
- 2 Κωδικοποίηση γραμμής
- 3 Διαμόρφωση παλμών
- 4 Περίπλεξη
- 5 Δέκτες - Επαναλήπτες
- 6 Διάγραμμα οφθαλμού
- 7 Ψηφιακά σήματα φέροντος
- 8 Αποδιαμόρφωση
- 9 PAM M-αδική σηματοδοσία βασικής ζώνης για υψηλότερους ρυθμούς δεδομένων
- 10 M-αδικές ψηφιακές διαμορφώσεις φέροντος
- 11 Περαιτέρω μελέτη
- 12 Επιπλέον βιβλιογραφία

Ψηφιακά συστήματα επικοινωνιών

- Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν τα προβλήματα της μετάδοσης ψηφιακών δεδομένων μέσω ενός καναλιού. Σε όλη την παρουσίαση, θεωρούμε ότι τα σήματα τα οποία θέλουμε να μεταδώσουμε είναι ήδη σε ψηφιακή μορφή.
- Στην αρχή θα θεωρήσουμε την δυαδική περίπτωση στην οποία τα δεδομένα αποτελούνται μόνο από δύο σύμβολα: το **1** και το **0**. Σε κάθε ένα από αυτά δίνουμε και μια διακριτή κυματομορφή (παλμό).
- Ο δέκτης, ανιχνεύει τους παλμούς και τους μετρέπει ξανά σε δυαδικά δεδομένα.

Οι βασικές μονάδες των συστημάτων επικοινωνιών

Πηγή

- Η είσοδος σε ένα ψηφιακό σύστημα έχει την μορφή μιας ακολουθίας ψηφίων.
- Η είσοδος μπορεί να είναι τα δεδομένα ενός αρχείου, πληροφορία ενός υπολογιστή, ένα ψηφιοποιημένο ηχητικό σήμα, μια εικόνα, ένα video κλπ.
- στο κεφάλαιο αυτό ασχολούμαστε περισσότερο με δυαδικές περιπτώσεις (δύο μόνο σύμβολα), στο τέλος της διάλεξης θα αναφερθούμε και σε πιο γενικές περιπτώσεις με M σύμβολα.

Οι βασικές μονάδες των συστημάτων επικοινωνιών

Κωδικοποίηση γραμμής

- Η έξοδος του κωδικοποιητή πηγής, μετατρέπεται σε ηλεκτρικούς παλμούς (κυματομορφές) οι οποίες θα μεταδοθούν μέσω του καναλιού.
- η διαδικασία αυτή ονομάζεται **κωδικοποίηση γραμμής** ή **κωδικοποίηση μετάδοσης**.

Πως γίνεται η αντιστοίχιση παλμών στα δεδομένα;

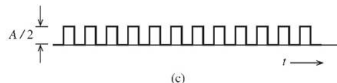
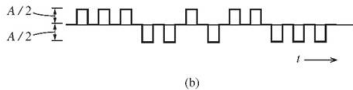
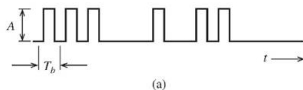
- η πιο απλή περίπτωση είναι η δυαδική περίπτωση στην οποία ο πιο απλός κώδικας γραμμής είναι ο **κώδικας on-off**. Στον κώδικα αυτόν, το **1** μεταδίδεται στέλνοντας έναν παλμό $p(t)$, το **0** χωρίς (μηδενικό σήμα).
- **πολικός κώδικας** στον οποίο το **1** μεταδίδεται στέλνοντας έναν παλμό $p(t)$, το **0** στέλνοντας παλμό $-p(t)$
- **διπολικός κώδικας** στον οποίο το **0** κωδικοποιείται χωρίς παλμό, το **1** με παλμό $p(t)$ ή $-p(t)$ ανάλογα με την κωδικοποίηση του προηγούμενου 1 ($-p(t)$ ή $p(t)$).
- **διπλοδυαδικός κώδικας** ο οποίος είναι καλύτερος από τον διπολικό κώδικα ως προς την αποδοτικότητα του εύρους ζώνης.
- ο **τροποποιημένος διπλοδυαδικός κώδικας** με εφαρμογές στα κανάλια των συσκευών οδήγησης των σκληρών δίσκων, την οπτική μετάδοση με ταχύτητα 10Gbps καθώς και στις πρώτες συσκευές modems κλπ.

- Όλοι οι παλμοί που αναφέρθηκαν μέχρι τώρα είναι **μέσου εύρους**.
- Μπορούν όμως να χρησιμοποιηθούν και άλλες τιμές εύρους. Συχνά χρησιμοποιούμε παλμούς **πλήρους εύρους**.
- Κάθε φορά που χρησιμοποιούμε τέτοιου είδους παλμούς, το πλάτος τους διατηρείται σε μια σταθερή τιμή σε όλη τη διάρκεια του παλμού.
- αυτό σημαίνει ότι δεν δίνεται η δυνατότητα στον παλμό να περάσει από το μηδέν πριν ξεκινήσει ο επόμενος παλμός.
- Τα συστήματα αυτά ονομάζονται **NRZ (non-return-to-zero)** σε αντίθεση με τα σχήματα **επιστροφής στο μηδέν (return-to-zero RZ)**

Χρονισμός

- εάν οι παλμοί μεταδίδονται από την πηγή με ρυθμό R_b παλμοί / δευτερόλεπτο, θα πρέπει η δειγματοληψία των εισερχόμενων παλμών στον δέκτη να γίνεται στις χρονικές στιγμές που υπαγορεύονται από τις πληροφορίες του χρονισμού, δηλαδή θα πρέπει το ρολόι να δουλεύει στα R_b Hz
- η πληροφορία του χρονισμού θα μπορούσε να προέλθει από το σήμα που λαμβάνεται στον δέκτη αν επιλέξουμε με τον κατάλληλο τρόπο τον κώδικα γραμμής.
- για παράδειγμα, αν έχουμε πολικό RZ, όταν έχουμε ανόρθωση ενός παλμού, αυτό δημιουργεί ένα περιοδικό σήμα με συχνότητα του ρολογιού ίση με R_b Hz. Όταν το σήμα αυτό εφαρμόζεται σε ένα κύκλωμα συντονισμού που είναι ρυθμισμένο στα R_b Hz, η έξοδος η οποία είναι ημιτονοειδές σήμα με συχνότητα R_b Hz μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον χρονισμό.

- ένα σήμα on-off μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα ενός περιοδικού σήματος με συχνότητα ίση με αυτή του ρολογιού και ενός πολικού ή τυχαίου σήματος.
- λόγω της παρουσίας αυτής της περιοδικής συνιστώσας, μπορούμε να εξάγουμε πληροφορία για τον χρονισμό από αυτό το σήμα, με τη βοήθεια ενός κυκλώματος συντονισμού ρυθμισμένο στη συχνότητα του ρολογιού.



Σχήμα: (a) το σήμα on-off είναι άθροισμα ενός τυχαίου πολικού σήματος (b) και ενός περιοδικού σήματος (c) με τη συχνότητα του ρολογιού

Κωδικοποίηση γραμμής

Ένας κώδικας γραμμής θα πρέπει να διαθέτει κάποιες επιθυμητές ιδιότητες:

- το εύρος ζώνης μετάδοσης θα πρέπει να έχει όσο το δυνατό μικρότερη τιμή
- για δεδομένο εύρος ζώνης και ρυθμό ανίχνευσης σφαλμάτων, η μεταδιδόμενη ισχύς θα πρέπει να είναι όσο το δυνατό μικρότερη
- θα πρέπει να δίνεται η δυνατότητα ανίχνευσης και κατά προτίμηση διόρθωσης σφαλμάτων απόφασης. Για παράδειγμα στον διπολικό κώδικα, ένα απλό σφάλμα μπορεί να οδηγήσει σε παραβίαση του διπολικού κανόνα και σε εύκολη ανίχνευση.
- θα ήταν ιδανικό να έχουμε μηδενική φασματική πυκνότητα ισχύος στην θέση $f = 0$ (dc) γιατί χρησιμοποιείται συχνά ζεύξη ac με πυκνωτές και οι μετασχηματιστές χρησιμοποιούνται συχνά στους επαναλήπτες.
- Θα πρέπει να αποφεύγεται και σημαντική ισχύς στις χαμηλές συχνότητες γιατί προκαλεί πρόβλημα στον ακριβή καθορισμό της dc συνιστώσας σε παλμοσειρές όταν αυτές συζευχθούν με πυκνωτές.
- θα πρέπει το σήμα να παρέχει τρόπο εξαγωγής πληροφορίας σχετική με χρονισμό ή ρολόι
- θα πρέπει να μπορεί να μεταδοθεί σωστά ένα ψηφιακό σήμα ανεξάρτητα από το πρότυπο **0** και **1** που περιέχει, συνεπώς να είναι διαφανής.

Φασματική πυκνότητα ισχύος για διάφορους κώδικες γραμμής

Μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε την φασματική πυκνότητα ισχύος για τους διάφορους κώδικες γραμμής που αναφέραμε νωρίτερα. Για να το πετύχουμε θα εφαρμόσουμε απευθείας τη συσχέτιση ανάμεσα στην PSD (power spectral density) και τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης του σήματος της διαμόρφωσης βασικής ζώνης.

- θεωρούμε έναν γενικό παλμό $p(t)$, του οποίου το φάσμα (μετασχηματισμός Fourier) είναι το $P(f)$
- το σύμβολο του κώδικα γραμμής τη χρονική στιγμή k συμβολίζεται με a_k
- όταν ο ρυθμός μετάδοσης είναι $R_b = 1/T_b$ παλμοί το δευτερόλεπτο, ο κώδικας γραμμής δημιουργεί έναν συρμό από παλμούς.

- οι τιμές a_k είναι τυχαίες και εξαρτώνται από την είσοδο του κωδικοποιητή και από τον κώδικα γραμμής που χρησιμοποιείται
- το σήμα $y(t)$ που δημιουργείται είναι ένα σήμα PAM (pulse amplitude modulated)
- οι κώδικες on-off, πολικός και διπολικός αποτελούν ειδικές περιπτώσεις αυτού του συρμού παλμών με τους συντελεστές να παίρνουν τυχαία την τιμή μεταξύ των $0, 1, -1$
- η ανάλυση των κωδικών γραμμής γίνεται μέσω της PSD
- ο υπολογισμός της PSD του $y(t)$ είναι δύσκολος γιατί εξαρτάται από το a_k και το $p(t)$. Αν κάποιος από αυτά αλλάξει, θα πρέπει να υπολογιστεί εκ νέου η τιμή της συνάρτησης PSD

- για να έχουμε κοινή σύγκριση ανάμεσα στα διαφορετικά σχήματα σηματοδοσίας που θα παρουσιάσουμε, θεωρούμε ορθογώνιο παλμό εύρους $T_b/2$:

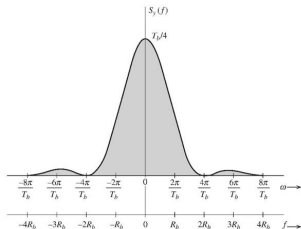
$$p(t) = \Pi\left(\frac{t}{T_b/2}\right) = \Pi\left(\frac{2t}{T_b}\right)$$

σε αυτή την περίπτωση το φάσμα του παλμού ισούται με

$$P(f) = \frac{T_b}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi f T_b}{2}\right)$$

και τελικά η PSD θα είναι ίση με:

$$S_y(f) = \frac{T_b}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi f T_b}{2}\right)$$



Χαρακτηριστικά πολικής σηματοδοσίας

- το σήμα έχει την περισσότρη από την ισχύ του συγκεντρωμένη στις χαμηλές συχνότητες.
- όσο οι συχνότητες μεγαλώνουν, το φάσμα μικραίνει αλλά δεν γίνεται ποτέ ίσο με 0
- για να μπορέσουμε να ορίσουμε ένα εύλογο εύρος ζώνης, θεωρούμε την πρώτη μηδενική συχνότητα πάνω από την dc συνιστώσα ως το ουσιώδες εύρος ζώνης του.
- για το πολικό σήμα, το ουσιώδες εύρος είναι ίσο με $2R_b$, το οποίο είναι 4-πλάσιο της Nyquist.
- αν αυξήσουμε το εύρος παλμού, θα προκύψει ελάττωση του εύρους ζώνης. Αύξηση σε πλήρες εύρος παλμού T_b οδηγεί σε εύρος ζώνης R_b , 2πλάσιο Nyquist (μισό σε σύγκριση με πριν).

Χαρακτηριστικά πολικής σηματοδοσίας

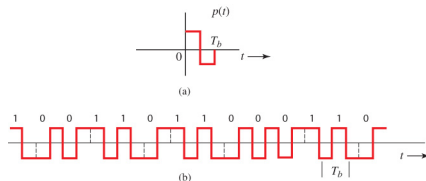
- **Συμπέρασμα:** η πολική σηματοδότηση δεν είναι η πιο αποτελεσματική σχετικά με απαιτούμενο εύρος ζώνης.
- Υπάρχει επίσης η dc συνιστώσα η οποία αποκλείει τη χρήση σύζευξης ac με πυκνωτές κατά την μετάδοση, συνεπώς δεν μπορεί να γίνει ανίχνευση/διόρθωση σφαλμάτων.
- **Στα θετικά:** πιο αποτελεσματικό σχήμα για απαιτήσεις σε ισχύ. Για δεδομένη ισχύ προσφέρει τη μικρότερη πιθανότητα σφάλματος συγκρινόμενη με όλες τις υπόλοιπες τεχνικές σηματοδοσίας.
- είναι διαφανής, καθώς υπάρχει πάντοτε παλμός (θετικός/αρνητικός) ανεξάρτητα από την ακολουθία των bits
- Παρόλο που στο φάσμα δεν παρουσιάζεται διακριτή συνιστώσα με συχνότητα ίση με του ρολογιού, μπορούμε να ανακτήσουμε τον χρονισμό καθώς η ανόρθωση του RZ δίνει περιοδικό σήμα με αυτή την συχνότητα.

Κατασκευάζοντας μηδενική dc συνιστώσα

- Μπορούμε να μηδενίσουμε την DC συνιστώσα αν κατασκευάσουμε παλμό $p(t)$ τέτοιον ώστε $P(f) = 0$ για $f = 0$.

$$P(0) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)dt = 0$$

- εάν το εμβαδό της επιφάνειας κάτω από τον παλμό $p(t)$ γίνει ίσο με 0, τότε θα έχουμε πετύχει μηδενισμό στη θέση της μηδενικής συχνότητας. Ένα τέτοιο σχήμα εφαρμόζεται στον κωδικό Manchester.



Σχήμα: σήμα χωρισμού φάσης (Manchester) (α) Ο βασικός παλμός $p(t)$ (β) η μεταδιδόμενη κυματομορφή για μια ακολουθία δυαδικών δεδομένων

Σηματοδοσία on-off

- Στην μονοπολική σηματοδότηση, on-off, το **1** μεταδίδεται με παλμό $p(t)$ και το **0** με απουσία παλμού. Τα a_k είναι εξίσου πιθανά να είναι $+1$ ή 0 .
- από τους N παλμούς στα T δευτερόλεπτα, το a_k θα είναι ίσο με 1 για τους μισούς $N/2$ παλμούς και -1 για τους υπόλοιπους μισούς.

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2}(1) + \frac{N}{2}(0) \right] = \frac{1}{2}$$

- για να υπολογίσουμε το R_n θα πρέπει να υπολογίσουμε το γινόμενο $a_k a_{k+1}$. Επειδή και τα δύο είναι ισοπίθανα να έχουν τιμές 0 ή 1 , το γινόμενο μπορεί να έχει τιμές $0x0$, $0x1$, $1x0$ ή $1x1$, δηλαδή κάποια από τις τιμές $0, 0, 0, 1$.
- συνεπώς το γινόμενο θα έχει $3/4$ πιθανότητα να είναι ίσο με 0 και $1/4$ πιθανότητα να είναι ίσο με 1 .

$$R_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{4}(1) + \frac{3N}{4}(0) \right] = \frac{1}{4}$$

Σηματοδοσία on-off

- Χρησιμοποιώντας τη σχέση:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-jn2\pi f T_b} = \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right)$$

και μετά από (αρκετούς υπολογισμούς) έχουμε (βλ. βιβλίο):

$$S_x(f) = \frac{1}{4T_b} + \frac{1}{4T_b^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right)$$

- με αντικατάσταση του φάσματος αυτού, στον γενικό τύπο υπολογισμού της PSD του $y(t)$, προκύπτει ο τελικός τύπος:

$$S_y(f) = \frac{|P(f)|^2}{4T_b} \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$

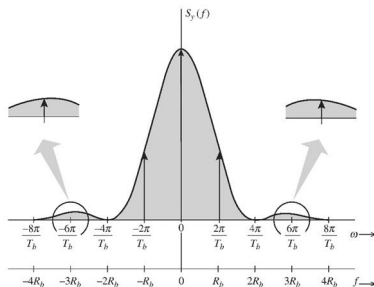
- Παρατηρούμε ότι εκτός από το συνεχές φάσμα (όπως είχαμε δει και στην πολική σηματοδοσία), η on-off σηματοδοσία παρουσιάζει και ένα επιπλέον διακριτό μέρος. Το μέρος αυτό μπορούμε να το ακυρώσουμε αν επιλέξουμε σχήμα παλμού τέτοιο ώστε

$$P\left(\frac{n}{T_b}\right) = 0 \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Σηματοδοσία on-off

- Για το παράδειγμα ορθογώνιου παλμού μισού εύρους:

$$S_y(f) = \frac{T_b}{16} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi f T_b}{2}\right) \left[1 + \frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_b}\right) \right]$$



Σχήμα: Φασματική πυκνότητα ισχύος ενός σήματος on-off

PSD σηματοδοσίας on-off

- Η συνεχής συνιστώσα του φάσματος είναι ίδια με αυτή του πολικού σήματος με εξαίρεση έναν παράγοντα κλιμάκωσης.
- η διάκριτη συνιστώσα προκύπτει από το γινόμενο ενός συρμού κρουστικών συναρτήσεων με τη συνεχή συνιστώσα.
- προκύπτουν κρουστικές συναρτήσεις που επαναλαμβάνονται με τη συχνότητα του ρολογιού $R_b = 1/T_b$ και τη συνεχή συνιστώσα να αποτελεί την περιβάλλουσα.
- γνωρίζουμε ότι ένα σήμα on-off μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα μιας πολικής και μιας περιοδικής συνιστώσας.
 - η πολική συνιστώσα είναι η μισή του πολικού σήματος (βλ. πριν), συνεπώς η PSD της είναι ίση με το ένα τέταρτο της PSD του πολικού σήματος).
 - η περιοδική συνιστώσα χαρακτηρίζεται από τη συχνότητα ρολογιού R_b και αποτελείται από διακριτές συνιστώσες σε αυτή την συχνότητα και τις αρμονικές της.

Χαρακτηριστικά σηματοδοσίας on-off

- Για δεδομένη ισχύ, έχει μικρότερη ανοσία στην παρεμβολή θορύβου σε σχέση με το πολικό σχήμα. Η ανοσία οφείλεται στην διαφορά των πλατών που αναπαριστούν το 0 και το 1,
- για δεδομένη ανοσία, αν η on-off χρησιμοποιεί παλμούς με πλάτος 2 και 0, η πολική χρειάζεται να χρησιμοποιήσει παλμούς με τιμές πλάτους 1 και -1 .
- η on-off απαιτεί την διπλάσια ισχύ σε σχέση με την πολική
- ένας παλμός με πλάτος 1 ή -1 , έχει ενέργεια E , ένας παλμός με πλάτος 2 θα έχει κατά συνέπεια ενέργεια $(2)^2 E = 4E$
- επειδή τα bits που μεταδίδονται ανά δευτερόλεπτο είναι $1/T_b$, η ισχύς του πολικού σήματος θα είναι ίση με $(E)(1/T_b)$
- στην περίπτωση on-off η ενέργεια του κάθε παλμού είναι ίση με $4E$ αν και κατά μέσο όρο τέτοιος παλμός μεταδίδεται στο μισό του χρόνου, αφού στο άλλο μισό δεν μεταδίδεται τίποτα. Έτσι η μέση ισχύς του σήματος είναι

$$\frac{1}{t_b} \left(4E \frac{1}{2} + 0 \frac{1}{2} \right) = \frac{2E}{T_b}$$

η οποία είναι διπλάσια εκείνης του πολικού σήματος.

- η σηματοδοσία on-off δεν είναι διαφανής. Αν έχουμε πολλά 0, προκύπτει απουσία σήματος η οποία μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα.
- κληρονομεί όλα τα υπόλοιπα σφάλματα της πολικής: υπερβολικό εύρος ζώνης, μη μηδενικό φάσμα ισχύος στη θέση dc, μη δυνατότητα ανίχνευσης (ή διόρθωσης) σφαλμάτων.

Διπολική σηματοδοσία

- Στην τηλεφωνία χρησιμοποιείται η PCM με διπολική σηματοδότηση (AMI - Alternate Mark Inversion - εναλλασσόμενη αντιστροφή σημείου). Το 0 χωρίζεται σε παλμό και το 1 με $p(t)$ ή $-p(t)$ ανάλογα εάν το προηγούμενο 1 είχε μεταδοθεί με $-p(t)$ ή $p(t)$ αντίστοιχα.
- με διαδοχικούς παλμούς να ανταλλάσσονται ο ένας μετά τον άλλον μπορούμε να αποφύγουμε το φαινόμενο dc wander και να δημιουργήσουμε έναν μηδενισμό στη θέση της συνεχούς συνιστώσας.
- επειδή χρησιμοποιεί τρία σύμβολα, θα λέγαμε ότι είναι τριαδική αντί για δυαδική σηματοδοσία.
- για να υπολογίσουμε την PSD, υπολογίζουμε τους όρους αναλυτικά όπως και πριν.
- Αρχικά το R_0 . Κατά μέσο όρο οι μισοί συντελεστές a_k έχουν τιμή ίση με μηδέν, οι άλλοι μισοί έχουν τιμή είτε 1 είτε -1 , με $a_k^2 = 1$

$$R_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{2} (\pm 1)^2 + \frac{N}{2} (0)^2 \right] = \frac{1}{2}$$

Διπολική σηματοδότηση

- Για να υπολογίσουμε το R_1 θεωρούμε το γινόμενο $a_k a_{k+1}$. Έχουμε 4 ισοπίθανα ζευγάρια, 11, 10, 01, 00. Ο συνδυασμός των bits που δεν έχουν μηδενικό (11) δίνει -1 αφού οι παλμοί πρέπει να είναι αντίθετης πολικότητας. Συνεπώς:

$$R_1 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{4}(-1) + \frac{3N}{4}(0) \right] = -\frac{1}{4}$$

- Για να υπολογίσουμε το R_2 υπολογίζουμε το γινόμενο $a_k a_{k+2}$ δηλαδή όλους τους δυνατούς συνδυασμούς τριών bits.
- για αυτή την περίπτωση έχουμε 8 πιθανές τριάδες, 111, 101, 110, 100, 011, 010, 001, 000.
 - όσοι συνδυασμοί (έξι) έχουν το μηδέν πρώτο ή (και) τελευταίο bit, δίνουν αποτέλεσμα 0
 - ο συνδυασμός 111 δίνει 1 καθώς ο a_k και ο a_{k+2} έχουν ίδια πολικότητα
 - ο συνδυασμός 101 δίνει -1 καθώς ο a_k και ο a_{k+2} έχουν ίδια αντίθετη πολικότητα.

$$R_2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[\frac{N}{8}(1) + \frac{N}{8}(-1) + \frac{6N}{8}(0) \right] = 0$$

Διπολική σηματοδοσία

- Με παρόμοιους συλλογισμούς, για $n > 2$ έχουμε τρεις δυνατές τιμές του γινομένου $a_k a_{k+2}$ όπως και πριν: 1, -1 και 0 με ίσο πλήθος συνδυασμών με τιμή 1 και -1 . Συνεπώς $R_n = 0$ για $n > 1$.
- με παρόμοιους συλλογισμούς όπως και πριν ισχύει ότι:

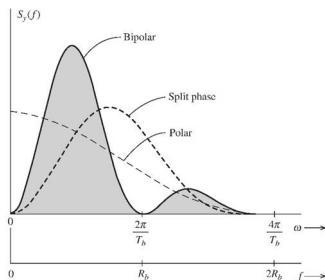
$$S_y(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_b} \sin^2(\pi f T_b)$$

- παρατηρείστε ότι για $f = 0$ $S_y(f) = 0$, δηλαδή δεν έχει dc συνιστώσα ανεξάρτητα από την $P(f)$ (επιθυμητό για τη σύζευξη ac με πυκνωτές).
- για τον παλμό μισού εύρους:

$$S_y(f) = \frac{T_b}{4} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi f T_b}{2}\right) \sin^2(\pi f T_b)$$

Φασματική πυκνότητα ισχύος διπολικής σηματοδοσίας

- το ουσιώδες εύρος ζώνης είναι το R_b το οποίο είναι το μισό του εύρους της πολικής χρησιμοποιώντας τον ίδιο παλμό μισού εύρους. Το ίδιο θα παίρναμε ακόμα και αν χρησιμοποιούσαμε παλμό πλήρους εύρους
- για την πολική θα μπορούσαμε να έχουμε το ίδιο εύρος, αν χρησιμοποιούσαμε παλμό πλήρους εύρους.



Σχήμα: Φασματική πυκνότητα ισχύος πολικού, διπολικού και χωρισμού φάσης

Χαρακτηριστικά της διπολικής σηματοδοσίας

Πλεονεκτήματα

- το φάσμα της έχει μηδενισμό στη θέση μηδενικής συχνοτικής συνιστώσας.
- δεν έχει υπερβολικό εύρος ζώνης
- δίνει τη δυνατότητα ανίχνευσης απλού σφάλματος. Αυτό οφείλεται στους εναλασσόμενους παλμούς, ένα λάθος θα γίνει εύκολα αντιληπτό.
- αν το διπολικό υποστεί ανόρθωση, θα γίνει σήμα on-off με διακριτή συνιστώσα η οποία θα έχει συχνότητα ίση με τη συχνότητα του ρολογιού.

Μειονεκτήματα

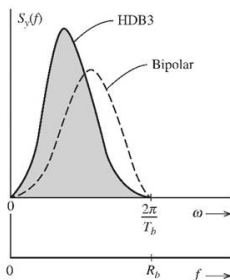
- απαιτεί διπλάσια τιμή ισχύος (+3)db σε σχέση με την ισχύ που χρειάζεται ένα πολικό σήμα. Αυτό οφείλεται στο ότι η δυαδική ανίχνευση είναι ουσιαστικά ισοδύναμη με την σηματοδοσία on-off. Η διάκριση γίνεται ανάμεσα στο $p(m)$ ή στο $-p(m)$ και το 0 παρά ανάμεσα στο $\pm p(t)$
- δεν είναι διαφανής.

Για να ξεπεράσουμε τα προβλήματα, χρησιμοποιούμε άλλα σχήματα αντικατάστασης τα οποία αποτρέπουν τις συμβολοσειρές λογικών μηδενικών μεγάλου μήκους να παραμορφώσουν τα σήματα ρολογιού που έχουν ανακτηθεί από τα δεδομένα:

- διπολική σηματοδοσία υψηλής πυκνότητας
- δυαδική σηματοδοσία με αντικατάσταση N μηδενικών

Διπολική σηματοδότηση υψηλής πυκνότητας

- το πρόβλημα της μη διαφάνειας εξαλείφεται προσθέτοντας παλμούς όταν τα διαδοχικά 0 ξεπεράσουν μια προκαθορισμένη τιμή N .
- όταν εμφανιστεί σειρά από $N + 1$ μηδενικά, αυτά αντικαθίστανται από ειδικές ακολουθίες $000V$ και $B00V$, όπου $B=1$ που υπακούει στον διπολικό κανόνα και $V=1$ που παραβιάζει τον διπολικό κανόνα.
- οι διαδοχικοί V παλμοί έχουν εναλασσόμενα πρόσημα για να αποφεύγουμε το φαινόμενο dc wander. Επιτυγχάνεται επιλέγοντας $B00V$ όταν έχουμε άρτιο πλήθος από 1 που ακολουθούν την ειδική ακολουθία και χρήση της $000V$ όταν υπάρχει περιττό πλήθος από 1 .



Σχήμα: Η συνάρτηση PSD του σήματος HDB3:

Διαμόρφωση παλμών

- Η συνάρτηση PSD ενός ψηφιακού σήματος $y(t)$ μπορεί να ελεγχθεί με δύο τρόπους:
 - με επιλογή κώδικα γραμμής
 - από το φάσμα του παλμού $P(f)$
- εδώ θα παρουσιάσουμε τρόπους με τους οποίους το φάσμα $S_y(f)$ επιρρεάζεται από το σχήμα του παλμού $p(t)$ και θα δούμε πως μπορούμε να μορφοποιούμε έναν παλμό για να πετύχουμε το επιθυμητό φάσμα.

Η διασυμβολική παρεμβολή και οι επιδράσεις της

- μέχρι τώρα χρησιμοποιήσαμε έναν ορθογώνιο παλμό μισού εύρους μόνο ως επίδειξη. Σε αυτή την περίπτωση, το εύρος ζώνης του $S_y(f)$ είναι άπειρο καθώς η $P(f)$ έχει άπειρο εύρος.
- δείξαμε ότι το ουσιώδες εύρος ζώνης είναι περιορισμένο μέσα στην περιοχή $[0 - R_b]$ Hz
- για συχνότητες μεγαλύτερες από R_b μπορεί η PSD να είναι μικρή, αλλά δεν είναι αμελητέα. Όταν μεταδίδεται μέσα από ένα κανάλι με εύρος R_b ένα σημαντικό μέρος του φάσματος του μεταδίδεται, αλλά ένα μικρό μέρος καταστέλλεται.
- Αυτό προκαλεί διασπορά του παλμού πέρα από το χρονικό διάστημα T_b και θα προκαλέσει την παρεμβολή του με γειτονικούς παλμούς.
- Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **διασυμβολική παρεμβολή** (Intersymbol Interference)

Διασυμβολική Παρεμβολή

Σημαντική παρατήρηση

- η ISI δεν είναι θόρυβος.
- προκαλείται από μη ιδανικά κανάλια που προκαλούν παραμορφώσεις σε ολόκληρο το εύρος ζώνης του σήματος

Ποιο είναι το πρόβλημα που πρέπει να αντιμετωπίσουμε;

- θέλουμε να μεταδώσουμε έναν παλμό κάθε T_b δευτερόλεπτα, ο k -οστός παλμός είναι ο $a_k p(t - kT_b)$
- το κανάλι έχει πεπερασμένο εύρος ζώνης
- θέλουμε να ανιχνεύσουμε τον παλμό με σωστό τρόπο, δηλαδή το πλάτος του a_k χωρίς την εμφάνιση διασυμβολικής παρεμβολής.
- η χρήση παλμών περιορισμένων στον χρόνο δεν δίνει καλά αποτελέσματα λόγω μη περιορισμένου εύρους ζώνης και δημιουργεί παρεμβολή
- η χρήση παλμών με περιορισμένο εύρος ζώνης δεν μπορεί να λειτουργήσει επίσης, καθώς αυτοί δεν μπορεί να είναι περιορισμένοι στον χρόνο. Αρκετοί θα επικαλύψουν ο ένας τον άλλον με συνέπεια την διασυμβολική παρεμβολή.
- Συνεπώς: Είτε ξεκινήσουμε με παλμούς περιορισμένου εύρους ζώνης, είτε περιορισμένης διάρκειας δεν αποφεύγουμε την διασυμβολική παρεμβολή.

Υπάρχει λύση στην διασυμβολική παρεμβολή;

Υπάρχει τρόπος να αντιμετωπίσουμε το αδιέξοδο.

- για την σωστή ανίχνευση των πλατών των παλμών που μεταδίδονται, δεν μας ενδιαφέρει όλος ο χρόνος παρά μόνο οι χρονικές στιγμές λήψης.
- η ανίχνευση μπορεί να γίνει σωστά παρά τη διασπορά ή την επικάλυψη των παλμών, αν δεν έχουμε διασυμβολική παρεμβολή στις χρονικές στιγμές λήψης απόφασης.
- αυτό μπορούμε να το πετύχουμε με χρήση τροποποιημένου παλμού περιορισμένου εύρους ζώνης.
- ο Nyquist πρότεινε τρία κριτήρια για να το πετύχουμε αυτό. Θα εξετάσουμε τα δύο πρώτα - το τρίτο είναι πολύ λιγότερο χρήσιμο και δεν θα το αναφέρουμε.

Τα τρία κριτήρια του Nyquist

- 1 ISI υπάρχει. Μπορούμε όμως να επιλέξουμε παλμούς όπου την στιγμή της δειγματοληψίας/απόφασης η ISI είναι μηδενική.
- 2 Μπορούμε όμως να επιλέξουμε παλμούς όπου την στιγμή της δειγματοληψίας/απόφασης η ISI είναι **πεπερασμένη και ελεγχόμενη**.
- 3 Σε κάθε περίοδο συμβόλου, το εμβαδόν κάτω από το σήμα είναι ανάλογο με το αντίστοιχο εμβαδόν του μεταδιδόμενου σήματος.

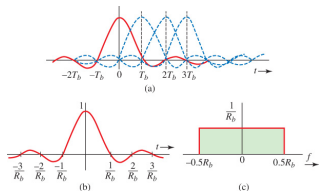
Πρώτο κριτήριο Nyquist

- Επιλέγουμε τον παλμό:

$$p(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t = \pm nT_b \end{cases}$$

Με αυτή τη μορφή έχουμε μη μηδενική τιμή πλάτους στο κέντρο του παλμού και μηδενικές τιμές πλάτους στις θέσεις $t = \pm nT_b$.

- ο παλμός αυτός έχει μηδενική ISI σε όλα τα κέντρα των υπόλοιπων παλμών ή χρονικών στιγμών σηματοδότησης.



Σχήμα: ο παλμός ελάχιστου εύρους ζώνης που ικανοποιεί το πρώτο κριτήριο Nyquist και το φάσμα του

- Για να μεταδώσουμε ένα πλήθος R_b bit/s θέλουμε ένα θεωρητικό ελάχιστο εύρος ζώνης ίσο με $R_b/2$ Hz.
- Αυτό που θα θέλαμε είναι να βρούμε έναν παλμό που να ικανοποιεί το κριτήριο Nyquist αλλά και να διαθέτει αυτό το ελάχιστο εύρος ζώνης $R_b/2$
- **ΥΠΑΡΧΕΙ**; Ναι, και είναι ο

$$p(t) = \text{sinc}(\pi R_b t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t = \pm nT_b \end{cases}$$

με μετασχηματισμό Fourier

$$P(f) = \frac{1}{R_b} \Pi\left(\frac{f}{R_b}\right)$$

και εύρος ζώνης ίσο με $R_b/2$ Hz.

- αυτός ο παλμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μεταδώσουμε με ρυθμό R_b παλμούς ανά δευτερόλεπτο χωρίς να εμφανίζεται ISI και χρησιμοποιώντας κανάλι με εύρος ζώνης μόνο $R_b/2$

- ο προηγούμενος παλμός είναι θωρητικός, δεν είναι πρακτικός γιατί ξεκινά στο $-\infty$. Όσο και να προσπαθήσουμε να τον περιορίσουμε στον χρόνο, θα οδηγήσει σε αύξηση του εύρους ζώνης του πάνω από τα $R_b/2$.
- ακόμα και να μπορούσαμε να τον υλοποιήσουμε όμως, έχει ένα μειονέκτημα: **εξασθενεί πολύ αργά**, με ρυθμό $1/t$
- Γιατί αυτό είναι πρόβλημα;
 - αν ο ρυθμός μεταφοράς δεδομένων είχε μικρή απόκλιση, τότε τα πλάτη του παλμού δεν θα μηδενίζονταν στα κέντρα των άλλων
 - το ίδιο μπορεί να συμβεί ακόμα και αν όλα είναι τέλεια στον πομπό αλλά όχι στον δέκτη
- Η λύση είναι να βρούμε παλμό που να εξασθενεί **πιο γρήγορα** σε σχέση με το $1/t$
- Ο Nyquist έδειξε ότι ένας τέτοιος παλμός απαιτεί εύρος ζώνης με τιμή $kR_b/2$ όπου $1 \leq k \leq 2$

- Έστω ο παλμός του σχήματος. Με δειγματοληψία κάθε T_b sec παίρνουμε το

$$\bar{p}(t) = p(t) \sum \delta(t - nT_b) = \delta(t)$$

αφού οι τιμές του παλμού είναι μηδενικές για $t = \pm nT_b$, $n \neq 0$.

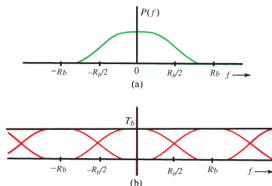
- Με μετασχηματισμό Fourier και των δυο μελών παίρνουμε:

$$\frac{1}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f - nR_b) = 1 \quad \text{όπου} \quad R_b = \frac{1}{T_b}$$

ή ισοδύναμα

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} P(f - nR_b) = T_b$$

- Συνεπώς το άθροισμα των φασμάτων που σχηματίζονται από την επανάληψη του $P(f)$ σε αποστάσεις πολλαπλάσια του R_b είναι μια σταθερά T_b (σχήμα (β))



- Θεωρούμε το φάσμα του (β) σχήματος για $0 < f < R_b$. Αυτό αποτελείται από μόνο δυο όρους:

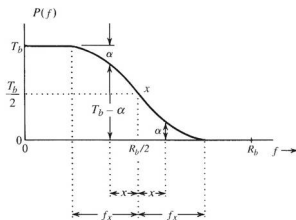
$$P(f) + P(f - R_b) = T_b$$

αν θέσω $x = f - R_b/2$

$$P\left(\frac{R_b}{2} + x\right) + P^*\left(\frac{R_b}{2} - x\right) = T_b \quad \text{για } |x| < 0.5R_b$$

- Αν θεωρήσω φάσμα πραγματικό και θετικό, τότε μόνο το μέτρο του φάσματος απαιτείται να ικανοποιεί την παραπάνω εξίσωση. Επειδή το $|P(f)|$ είναι πραγματικό, ισχύει ότι

$$\left|P\left(\frac{R_b}{2} + x\right)\right| + \left|P\left(\frac{R_b}{2} - x\right)\right| = T_b$$



Σχήμα: Υπολειπόμενο φάσμα (ανυψωμένου συνημιτόνου)

- Η καμπύλη αυτή παρουσιάζει περιττή συμμετρία ως προς ένα σύνολο αξόνων που τέμνονται στο σημείο α .
- το σημείο αυτό ανήκει στην καμπύλη και αντιστοιχεί στην συχνότητα $f = R_b/2$
- Αυτό απαιτεί να ισχύει ότι

$$|P(0.5R_b)| = 0.5|P(0)|$$

- Το BW της $P(f)$ είναι $0.5R_b + f_x$ όπου f_x το πλεονασματικό BW πέρα από το $R_b/2$.
- Αν r είναι ο λόγος του πλεονασματικού εύρους ζώνης προς το θεωρητικό ελάχιστο εύρος $R_b/2$, τότε:

$$r = \frac{\text{πλεονασματικό BW}}{\text{θεωρητικό ελάχιστο BW}} = \frac{f_x}{0.5R_b} = 2f_x T_b$$

και επειδή η τιμή του f_x δεν μπορεί να είναι μικρότερη από $R_b/2$, ισχύει:

$$0 \leq r \leq 1$$

- Το θεωρητικό εύρος είναι $R_b/2$, το πλεονασματικό εύρος συναρτήσει του r είναι $f_x = rR_b/2$. Συνεπώς το εύρος ζώνης είναι :

$$\text{BW} = \frac{R_b}{2} + \frac{rR_b}{2} = \frac{(1+r)R_b}{2}$$

- Η σταθερά r ονομάζεται παράγοντας εξασθένησης και μπορεί να εκφραστεί ως ποσοστό.

- Ο παλμός μπορεί να δημιουργηθεί ως η κρουστική απόκριση φίλτρου με $P(f)$. Επειδή όμως για μια ζώνη συχνοτήτων, το $P(f) = 0$, το φίλτρο αυτό παραβιάζει κριτήριο Paley-Wiener και **δεν είναι υλοποιήσιμο**.
- η εξασθένιση όμως είναι σταδιακή και μπορεί να προσεγγιστεί από ένα πρακτικό φίλτρο.
- Μια οικογένεια υλοποιήσιμων συναρτήσεων που ικανοποιεί τα παραπάνω είναι:

$$P(f) = \begin{cases} 1 & |f| < 0.5R_b - f_x \\ \frac{1}{2} \left[1 - \sin \pi \left(\frac{f - R_b/2}{2f_x} \right) \right] & |f - 0.5R_b| < f_x \\ 0 & |f| > 0.5R_b + f_x \end{cases}$$

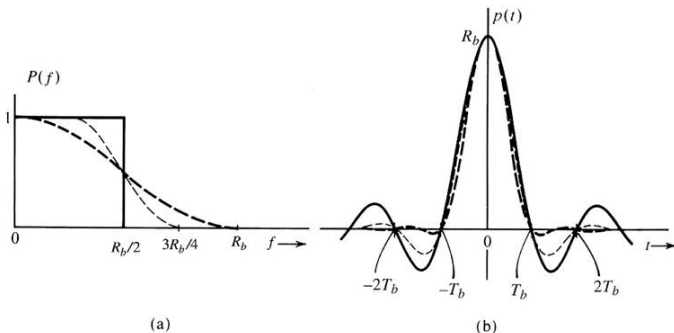
Η οικογένεια αυτή ονομάζεται ανυψωμένου συνημιτόνου (raised cosine) και παρατηρούμε ότι όσο μεγαλώνει το r τόσο μικραίνουν οι ταλαντώσεις $p(t)$ πέρα από το T_b . Για $r = 1$ έχουμε full-cosine roll-off:

$$P(f) = \frac{1}{2} (1 + \cos \pi f T_b) \Pi \left(\frac{f}{2R_b} \right) = \cos^2 \left(\frac{\pi f T_b}{2} \right) \Pi \left(\frac{f T_b}{2} \right)$$

και ο αντίστροφος μετασχηματισμός Fourier:

$$p(t) = R_b \frac{\cos \pi R_b t}{1 - 4R_b^2 t^2} \text{sinc}(\pi R_b t)$$

Οικογένεια ανυψωμένου συνημιτόνου



Σχήμα: Παλμοί που ικανοποιούν το 1ο κριτήριο Nyquist (α) Φάσματα (β) Παλμοί στο πεδίο του χρόνου
Ιδανική κατάσταση: $f_x = 0, r = 0$. Λεπτή διακεκομμένη καμπύλη: $f_x = R_b/2, r = 0.5$. Έντονη διακεκομμένη
καμπύλη: $f_x = R_b/2, r = 1$

Ο παλμός ανυψωμένου συνημιτόνου

Μερικές παρατηρήσεις για την full-cosine roll-off:

- το εύρος ζώνης είναι $BW = R_b$ και ισούται με $P(0) = R_b$ στη θέση $t = 0$
- το φάσμα του έχει μηδενική τιμή $P(t) = 0$ στις στιγμές δειγματοληψίας nT_b , αλλά και σε ενδιάμεσες $nT_b/2$
- η απόσβεση από την περιβάλλουσα είναι $1/t^3$ που σημαίνει σχετική ανοσία σε αποκλίσεις από ιδανικότητα, π.χ. ακριβής R_b , συχνότητα δειγματοληψίας, διακυμάνσεις χρονισμού (timing jitter)
- απόκριση συχνότητας με σχεδόν γραμμική χαρακτηριστική φάσης έτσι ώστε δεν χρειάζεται επιπλέον ισοστάθμιση φάσης

- υπενθυμίζεται ότι οι παλμοί που μας ενδιαφέρουν να έχουν την κατάλληλη μορφή ώστε να πετυχαίνουμε μηδενική ISI είναι οι παλμοί που φτάνουν στο δέκτη.
- επειδή το κανάλι δεν είναι ιδανικό (έχει παραμορφώσεις), οι μεταδιδόμενοι παλμοί πρέπει να μορφοποιηθούν ώστε όταν περάσουν από το κανάλι η όποια μορφοποίηση τους γίνει, θα εγγυάται ότι θα φτάσουν με το κατάλληλο σχήμα (π.χ. ανυψωμένου συνημιτόνου) στον δέκτη.
- αυτό σημαίνει ότι αν η συνάρτηση μεταφοράς του καναλιού είναι $H_c(f)$ και ο μεταδιδόμενος παλμός έχει φάσμα $P_i(f)$, το φάσμα του λαμβανόμενου σήματος στο δέκτη πρέπει να έχει τη μορφή ανυψωμένου συνημιτόνου και να είναι

$$P_i(f)H_c(f) = P(f)$$

- Σε πολλές υλοποιήσεις το φίλτρο διαμόρφωσης παλμού ανυψωμένου συνημιτόνου σπάει σε δυο τμήματα (square-root raised cosine) όπου το ένα εφαρμόζεται στον πομπό και το δεύτερο στον δέκτη.

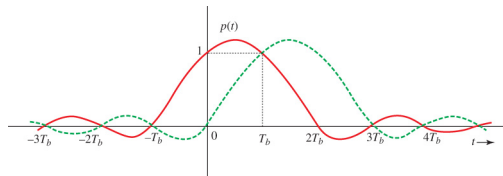
Δεύτερο κριτήριο Nyquist - Ελεγχόμενη διασυμβολική παρεμβολή

- Το κριτήριο παλμού του Nyquist απαιτεί ένα εύρος ζώνης που είναι λίγο μεγαλύτερο από το θεωρητικό ελάχιστο.
- για να μειώσουμε και άλλο το εύρος, πρέπει να διευρύνουμε τον παλμό $p(t)$. Αυτό όμως μπορεί να οδηγήσει σε ISI με τους γειτονικούς παλμούς του.
- στην δυαδική μετάδοση, έχουμε μόνο δύο δυνατά σύμβολα. Θα μπορούσαμε να φτιάξουμε μια ελεγχόμενη ποσότητα διασυμβολικής παρεμβολής αφού υπάρχουν μόνο μερικά πρότυπα παρεμβολής;

- Μπορούμε να θεωρήσουμε τον παλμό:

$$p(nT_b) = \begin{cases} 1 & n = 0, 1 \\ 0 & \text{για άλλα } n \end{cases}$$

- ο παλμός αυτός οδηγεί σε ελεγχόμενη ISI από τον k παλμό μέχρι τον επόμενο.
- μέσω του παλμού αυτού μπορούμε να καταφύγουμε σε πολική σηματοδοσία:
 - το σύμβολο **1**, μεταδίδεται με τον παλμό $p(t)$
 - το σύμβολο **0**, μεταδίδεται με τον παλμό $-p(t)$
- το σήμα στον δέκτη υφίσταται δειγματοληψία σε στιγμές $t = nT_b$. Ο παλμός έχει μη μηδενικές τιμές μόνο στις στιγμές $t = 0$ και $t = T_b$ στις οποίες παίρνει την τιμή **1**
- είναι φανερό ότι ο παλμός δεν παρουσιάζει ISI με άλλους που βρίσκονται μετά από αυτόν, παρά μόνο με τον αμέσως επόμενο του.



Σχήμα: Επικοινωνία με ελεγχόμενη ISI - το δεύτερο κριτήριο Nyquist

Ανάλυση του 2ου κριτηρίου Nyquist

- Θεωρούμε δύο διαδοχικούς παλμούς οι οποίοι εντοπίζονται στις θέσεις 0 και T_b .
- Αν και οι δύο ήταν θετικοί, το δείγμα στην θέση T_b θα ήταν ίσο με 2
- Αν και οι δύο ήταν αρνητικοί, η τιμή του δείγματος στην θέση T_b θα ήταν ίση με -2
- αν οι παλμοί είχαν αντίθετη πολικότητα, η τιμή του θα ήταν 0.
- συνεπώς έχοντας την τιμή του δείγματος την στιγμή της δειγματοληψίας, μπορούμε ανάλογα με την τιμή του 2, -2 , 0 να καταλάβουμε την τιμή του τρέχοντος δείγματος, και μετά του προηγούμενου:
 - εαν η τιμή του δείγματος είναι θετική, τότε το τρέχον bit είναι ίσο με 1, ενώ το προηγούμενο επίσης ίσο με 1
 - εαν η τιμή του δείγματος είναι αρνητική, τότε το τρέχον bit είναι ίσο με 0, ενώ το προηγούμενο επίσης ίσο με 0
 - εαν η τιμή του δείγματος είναι μηδέν, τότε το τρέχον bit είναι το αντίθετο με το προηγούμενο.

Παράδειγμα

Ακολουθία Πληροφορίας	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
Δείγματα $y(kT_b)$	1	2	0	0	2	0	-2	-2	0	0	0	2	2
Ανιχνευμένη ακολουθία	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1

- ο πίνακας παρουσιάζει ένα παράδειγμα μετάδοσης, δειγματοληψίας και ανίχνευσης των bits που στέλνει η πηγή
- παρατηρήστε ότι υπάρχει πάντοτε ένας άρτιος αριθμός από δείγματα 0 ανάμεσα σε δύο δείγματα πλήρους τιμής και ίδιας πολικότητας.
- υπάρχει πάντοτε ένας περιττός αριθμός από δείγματα 0 ανάμεσα σε δύο δείγματα πλήρους τιμής και αντίθετης πολικότητας.
- αν κάποια από τις τιμές των δειγμάτων ανιχνευτεί με λάθος τρόπο, ο απλός αυτός κανόνας παραβιάζεται και έτσι γίνεται ανίχνευση του λάθους.
- ο παλμός $p(t)$ μηδενίζεται (τείνει στο μηδέν) στις στιγμές $-T_b, 2T_b$ κάτι το οποίο δημιουργεί εύρος παλμού (κεντρικού λοβού), 50% μεγαλύτερο από αυτό του παλμού του πρώτου κριτηρίου. Η διεύρυνση αυτή, οδηγεί σε μείωση του εύρους ζώνης του.
- το σχήμα της ελεγχόμενης διασυμβολικής παρεμβολής ονομάζεται και **συσχετιστικό σχήμα** ή **σχήμα μερικής απόκρισης**

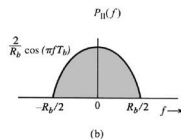
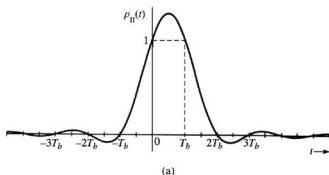
Παράδειγμα ενός διπλοδυαδικού παλμού

- ένας παλμός που ικανοποιεί το 2ο κριτήριο του Nyquist ονομάζεται διπλοδυαδικός παλμός.
- Εάν περιορίσουμε το εύρος ζώνης του παλμού σε $R_b/2$ τότε ο διπλοδυαδικός παλμός του 2ου κριτηρίου είναι:

$$p(t) = \frac{\sin(\pi R_b t)}{\pi R_b t(1 - R_b t)}$$

με μετασχηματισμό Fourier:

$$P(f) = \frac{2}{R_b} \cos\left(\frac{\pi f}{R_b}\right) \Pi\left(\frac{f}{R_b}\right) \exp(-j\pi f/R_b)$$



Σχήμα: Παλμός ελάχιστου πλάτους που ικανοποιεί το κριτήριο διπλοδυαδικού παλμού (β) το φάσμα του

Χαρακτηριστικά του διπλοδυαδικού παλμού

- Μεταδίδει δυαδικά δεδομένα με ρυθμό R_b bits/sec και χαρακτηρίζεται από θεωρητικό ελάχιστο εύρος ζώνης $R_b/2$ Hz.
- εξασθενεί ταχύτητα με το χρόνο ως $1/t^2$
- δεν μπορεί να υλοποιηθεί ακριβώς καθώς η $p(t)$ είναι μη-αιτιατή.
- όμως εξασθενεί ταχύτητα και μπορεί να υλοποιηθεί πολύ καλή προσέγγιση με μεγάλη ακρίβεια.

Σχέση μεταξύ των παλμών για τη μηδενική ISI και τη διπλοδυαδική

- Παρατηρούμε ότι παλμοί Nyquist 1ου κριτηρίου, $p_a(t)$ με μηδενικό ISI και διπλοδυαδικοί 2ου κριτηρίου, $p_b(t)$ έχουν ίδιες τιμές για όλους τους ακεραίους εκτός $k = 1$. Επομένως μπορεί να κατασκευαστεί παλμός $p_b(t)$ από $p_a(t)$ ως

$$p_b(t) = p_a(t) + p_a(t - T_b)$$

- Η συσχέτιση των δύο παλμών στο πεδίο της συχνότητας είναι:

$$P_b(f) = P_a(f) \left[1 + e^{-j2\pi/T_b} \right]$$

- η σηματοδοσία μερικής απόκρισης οδηγεί στον μηδενισμό της συχνότητας στη θέση $2\pi f T_b = \pi$ ή ισοδύναμα στη θέση $f = 0.5/T_b$

Η τροποποιημένη διπλοδυαδική

- Πολλές εφαρμογές δεν θέλουν καθόλου DC συνιστώσα. Εδώ μπορεί να εφαρμοστεί ο **τροποποιημένος διπλοδυαδικός παλμός**:

$$p_c(nT_b) = \begin{cases} 1 & n = -1 \\ -1 & n = 1 \\ 0 & \text{για άλλα } n \end{cases}$$

που μπορεί επίσης να κατασκευαστεί ως

$$p_c(t) = p_a(t + T_b) - p_a(t - T_b)$$

- ο παλμός αυτός στο πεδίο της συχνότητας είναι ίσος με

$$P_c(f) = 2jP_a(f)\sin(2\pi fT_b)$$

- χρησιμοποιεί την $\sin()$ για να δημιουργήσει μηδενισμό στη θέση συνεχούς συνιστώσας

Ανίχνευση της διπλοδυαδικής σηματοδοσίας

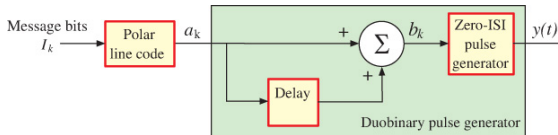
- Για τα bit ενός μηνύματος $I_k = 0$ ή 1 , τα πολικά σύμβολα είναι

$$a_k = 2I_k - 1$$

- Για ελεγχόμενο ISI

$$y(kT_b) = b_k = a_k + a_{k-1}$$

- Πως ανιχνεύουμε τα I_k από τα $y(kT_b)$ ή b_k ;



Σχήμα: Ισοδύναμη διπλοδυαδική σηματοδοσία

Ανίχνευση της διπλοδυαδικής σηματοδοσίας

- Εφόσον $a_k = \pm 1$ τότε $b_k = 0, \pm 2$. Οι δυνατές τιμές είναι:

$$\begin{array}{lll}
 b_k = 2 & \Rightarrow & a_k = 1 \quad \text{ή} \quad I_k = 1 \\
 b_k = -2 & \Rightarrow & a_k = -1 \quad \text{ή} \quad I_k = 0 \\
 b_k = 0 & \Rightarrow & a_k = -a_{k-1} \quad \text{ή} \quad I_k = 1 - I_{k-1}
 \end{array}$$

- Ανίχνευση bits όπου $b_k = \pm 2$. Τα υπόλοιπα είναι **0** και αντιστοιχούν σε μεταβολές. Τρέχων bit **1**, προηγούμενο **0** ή το αντίστροφο.
- Μειονέκτημα:** Αν προηγούμενο bit ανιχνευτεί εσφαλμένα τότε το σφάλμα μεταδίδεται παρακάτω έως το επόμενο $b_k = \pm 2$.
- Λύση:** Διαφορική κωδικοποίηση

Διαφορική κωδικοποίηση

- Στο σχήμα φαίνεται ότι έχει προστεθεί ένας διαφορικός κωδικοποιητής πριν την δημιουργία ενός παλμού μερικής απόκρισης
- Η διαφορική κωδικοποίηση δημιουργεί μια νέα δυαδική ακολουθία:

$$p_k = I_k \oplus p_{k-1}$$

με αρχική κατάσταση του προ-κωδικοποιητή είναι είτε $p_0 = 0$ είτε $p_0 = 1$.

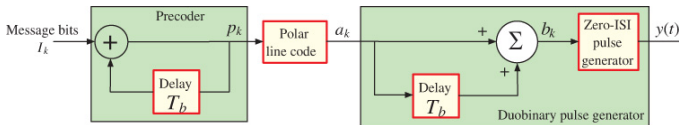
- Η έξοδος του προκωδικοποιητή εισάγεται σε έναν πολικό κωδικοποιητή γραμμής ο οποίος δημιουργεί την τιμή:

$$a_k = 2p_k - 1$$

- Τα δείγματα του σήματος $y(t)$ που παραλαμβάνονται είναι ίσα με:

$$y(kT_b) = b_k = a_k + a_{k-1} = 2(p_k + p_{k-1}) - 2 = 2(p_{k-1} \oplus I_k + p_{k-1} - 1)$$

$$= \begin{cases} 2(1 - I_k) & \text{για } p_{k-1} = 1 \\ 2(I_k - 1) & \text{για } p_{k-1} = 0 \end{cases} = \begin{cases} 0 & \text{για } I_k = 1 \\ \pm 2 & \text{για } I_k = 0 \end{cases}$$



Σχήμα: Ισοδύναμη διπλοδυαδική σηματοδότηση

Διαφορική κωδικοποίηση

- Ο αλγόριθμος απόφασης στηρίζεται στο τρέχον δείγμα $y(kT_b)$ και δεν χρειάζεται γνώση προηγούμενου δείγματος.
- αν δεν υπάρχει θόρυβος

$$I_k = \frac{2 - |y(kT_b)|}{2}$$

- το πλεονέκτημα είναι ότι η διαδικασία γίνεται απλούστερη, η απόφαση γίνεται ανεξάρτητη από προηγούμενο δείγμα, εξαλείφει την εξάπλωση του σφάλματος
- Η επέκταση σε περιπτώσεις που έχουμε αντί για δυαδικά, M -αδικά σύμβολα, η μόνη αλλαγή που κάνουμε είναι στην πράξη mod η οποία από modulo 2, γίνεται modulo M

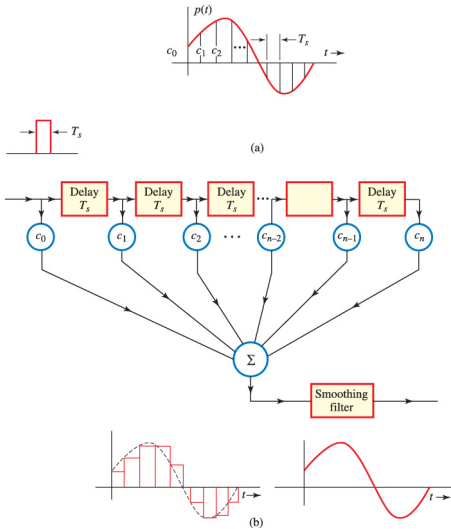
Παράδειγμα:

Χρόνος k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
I_k		1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
p_k	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
a_k	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
b_k		0	0	-2	0	0	-2	-2	-2	0	2	0	0	0
Ανιχνευμένα bits		1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1

Δημιουργία παλμών

- Είδαμε ότι ένας παλμός $p(t)$ που ικανοποιεί κριτήριο Nyquist μπορεί να δημιουργηθεί ως η κρουστική απόκριση ενός φίλτρου με απόκριση συχνότητας $P(f)$.
- στην πράξη αυτό δεν είναι εύκολο. Για τον λόγο αυτό, συνήθως φτιάχνουμε τον παλμό απ'ευθείας στο πεδίο του χρόνου χρησιμοποιώντας εγκάρσιο φίλτρο με υστέρηση.
- ο παλμός που θα δημιουργηθεί υφίσταται δειγματοληψία με ικανοποιητική συχνότητα δειγματοληψίας, ενώ τα κέρδη των φίλτρων της γραμμής υστέρησης είναι ίσα με το πλάτος του δείγματος της ακολουθίας.
- το φιλτράρισμα ενός στενού παλμού από το παραπάνω φίλτρο, έχει σαν αποτέλεσμα την δημιουργία μιας κλιμακωτής εξόδου που προσεγγίζει τον παλμό.
- η έξοδος αυτή περνάει μετά από ένα χαμηλοπερατό φίλτρο για να εξομαλυνθεί και να πάρουμε τον παλμό $p(t)$
- οι παλμοί αυτοί θα πρέπει να έχουν μορφοποιηθεί κατάλληλα έτσι ώστε να ικανοποιούν κριτήρια Nyquist μετά την διέλευση τους από το κανάλι.
- για τον λόγο αυτό μορφοποιούνται στην πλευρά του πομπού και η τελική μορφοποίηση τους γίνεται με χρήση ισοσταθμιστή που βρίσκεται στην πλευρά του δέκτη.

Δημιουργία παλμού

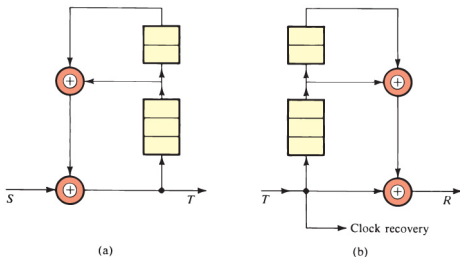


Σχήμα: Δημιουργία παλμού από το εγκάρσιο φίλτρο

Περίπλεξη

Η περίπλεξη (scrambling) σημαίνει συστηματικό ανακάτεμα των δεδομένων δίνοντας σε αυτά μεγαλύτερο βαθμό τυχαιότητας. **Τι πετυχαίνουμε;**

- Ασφάλεια. Αποτροπή μη εξουσιοδοτημένης πρόσβασης στα δεδομένα και είναι βελτιστοποιημένοι γιαυτό το λόγο.
- Για να «σπάσουμε» μεγάλες ακολουθίες από 0 και 1 και να κάνουμε τα δεδομένα «πιο τυχαία».



Σχήμα: (α) Περιπλέκτης (β) Από-περιπλέκτης

- Ο περιπλέκτης αποτελείται από καταχωρητή ολίσθησης σε ανάδραση και ο απο-περιπλέκτης από καταχωρητή ολίσθησης σε προώθηση.
- Κάθε βαθμίδα καθυστερεί τα δεδομένα κατά μια χρονική μονάδα. Αν S συμβολίζουν τα δεδομένα εισόδου τότε:

$$T = S \oplus D^3 T \oplus D^5 T = S \oplus (D^3 \oplus D^5) T$$

όπου D ο τελεστής υστέρησης και T τα δεδομένα εξόδου.

- Δοθέντος ότι modulo 2 άθροισμα μιας ακολουθίας με τον εαυτό της δίνει 0 (πράξη XOR), προσθέτοντας $(D^3 \oplus D^5) T$ και στα δυο μέλη:

$$S = T \oplus (D^3 \oplus D^5) T = [1 \oplus (D^3 \oplus D^5)] T = (1 \oplus F) T$$

όπου $F = D^3 \oplus D^5$.

- Στον απο-περιπλέκτη:

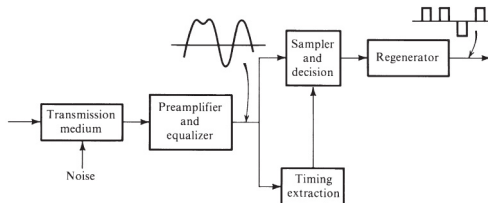
$$T \oplus FT = T \oplus (D^3 \oplus D^5) T = R$$

Παρατήρηση: Ένα σφάλμα ανίχνευσης 1 bit στην T επηρεάζει 3 bit στην έξοδο R .

Ψηφιακοί δέκτες και αναγεννητικοί επαναλήπτες

Ένας δέκτης ή ένας επαναλήπτης έχει τρεις λειτουργίες:

- **αναμορφοποίηση** των εισερχόμενων παλμών με τη βοήθεια ενός ισοσταθμιστή
- **εξαγωγή** των πληροφοριών **χρονισμού** που απαιτούνται για τη δειγματοληψία των εισερχόμενων παλμών στις καλύτερες χρονικές στιγμές
- λήψη αποφάσεων σχετικά με την **ανίχνευση** των **συμβόλων** με δεδομένα τα δείγματα των παλμών.



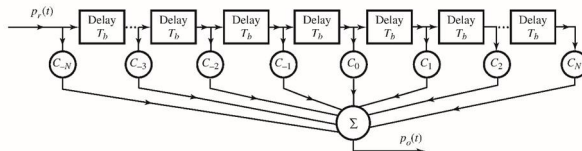
Σχήμα: Αναγεννητικός επαναλήπτης

Ισοσταθμιστές

- Ένας συρμός από παλμούς μπορεί να εξασθενεί και να υφίσταται παραμόρφωση από το μέσο μετάδοσης.
- η παραμόρφωση αντισταθμίζεται με τη βοήθεια ενός ισοσταθμιστή
- η εξασθένιση αντιμετωπίζεται με την χρήση ενός προενισχυτή.
- η παραμόρφωση έχει σαν αποτέλεσμα διασπορά καθώς κάποιες συχνότητες εξασθενούν. Ο ισοσταθμιστής έχει μορφή αντίστροφη του καναλιού μετάδοσης με σκοπό την αποκατάση των κρίσιμων συχνοτικών συνιστωσών και την εξάλειψη της διασποράς.
- το παραπάνω όμως προκαλεί ενίσχυση και του θορύβου του καναλιού (μειονέκτημα).
- στα ψηφιακά συστήματα δεν χρειάζεται να γίνει πλήρης ισοστάθμιση. Ο ανιχνευτής χρειάζεται μόνο να λάβει αποφάσεις απλές (θετικός / αρνητικός παλμός).
- για τον λόγο αυτό μπορεί να γίνει ανεκτή μια παραμόρφωση των παλμών, ή διασυμβολική παρεμβολή.
- αν αυξηθεί ο θόρυβος (π.χ. λόγω ισοστάθμισης) αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα να μεγαλώσει η πιθανότητα σφάλματος ανίχνευσης.
- ο καλύτερος ισοσταθμιστής λειτουργεί μεταξύ της ελεγχόμενης διασυμβολικής παρεμβολής και της αύξησης του θορύβου.

Ισοσταθμιστής μηδενικού εξαναγκασμού

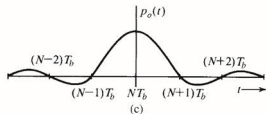
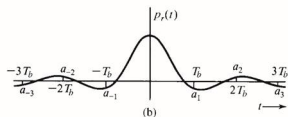
- στην πράξη δεν είναι απαραίτητο να εξαλείψουμε την ISI για όλες τις χρονικές στιγμές t . Το μόνο που θέλουμε είναι να το πετύχουμε μόνο στις αντίστοιχες στιγμές δειγματοληψίας.
- η χαλαρή αυτή ισοστάθμιση πετυχαίνεται με χρήση ισοσταθμιστών που χρησιμοποιούν δομή εγκάρσιου φίλτρου.
- μπορούν να προσαρμοστούν εύκολα σε διάφορων τύπων κανάλια ακόμα και αυτά που χαρακτηρίζονται από αργό ρυθμό μεταβολής.
- στόχο έχουν τον μηδενισμό της ISI του παλμού στις χρονικές στιγμές δειγματοληψίας. Οι παλμοί αυτοί ικανοποιούν το 1ο κριτήριο Nyquist ή το κριτήριο ελεγχόμενης ISI. Η καθυστέρηση T_b που επιλέγουμε στα φίλτρα είναι ίση με τον χρόνο δειγματοληψίας.



(a)

Σχήμα: Ισοσταθμιστής μηδενικού εξαναγκασμού

- ο παλμός εξόδου $p_0(t)$ θα πρέπει να ικανοποιεί το κριτήριο του Nyquist ή αυτό της ελεγχόμενης παρεμβολής. Για την πρώτη περίπτωση θα πρέπει ο παλμός $p_0(t)$ να έχει μηδενικές τιμές πλάτους σε όλα τα πολλαπλάσια του T_b .
- παρατηρώντας το σχήμα του παλμού $p_r(t)$ βλέπουμε ότι στις τιμές που αντιστοιχούν σε πολλαπλάσια του T_b , το πλάτος δεν είναι ίσο με μηδέν, συνεπώς προσαρμόζουμε τα κέρδη των φίλτρων ώστε να γίνουν μηδενικές (σχήμα (γ)).



Σχήμα: Ισοστάθμιση μηδενικού εξαναγκασμού. (πάνω) αρχικός παλμός (κάτω) παλμός μετά την ισοστάθμιση

- Η ολική υστέρηση της εισόδου στο σήμα εξόδου (εξαρτάται από τον αριθμό tap) δεν έχει πρακτική επίδραση στο σύστημα και την αγνοούμε στα παρακάτω. Για τον υπολογισμό της εξόδου του φίλτρου ισχύει:

$$p_o(t) = \sum_{n=-N}^N c_n p_r(t - nT_b) \Rightarrow$$

$$p_o(kT_b) = \sum_{n=-N}^N c_n p_r(kT_b - nT_b), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

ή όπως συνηθίζεται να αναφέρεται:

$$p_o[k] = \sum_{n=-N}^N c_n p_r[k - n], \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Το 1ο κριτήριο Nyquist απαιτεί $p_o[k] = 0$ για $k \neq 0$ και $p_o[k] = 1$ για $k = 0$. Με αντικατάσταση προκύπτει ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων ως προς τα c_n το οποίο είναι άπειρης τάξης.
- Για την επίλυση του, περιοριζόμαστε μόνο στον υπολογισμό των $2N + 1$ συντελεστών και προκύπτει επίλυση συστήματος Toeplitz.
- Η λύση του είναι: $\mathbf{c} = \mathbf{P}_r^{-1} \mathbf{p}_o$.

- Ο ισοσταθμιστής της προηγούμενης εξίσωσης μπορεί να εξασφαλίσει μόνο τη συνθήκη της μηδενικής παρεμβολής δηλαδή μηδενική ISI μόνο στις χρονικές στιγμές πολλαπλάσια του T_b και όχι στις υπόλοιπες.
- επειδή έχουμε $2N + 1$ παραμέτρους στον ισοσταθμιστή, είναι αδύνατο να επιβάλουμε την συνθήκη $p_0[k] = 0$ για όλα τα k , εκτός αν $N = \infty$
- πρακτικά λοιπόν δεν είναι δυνατό να αφαιρέσουμε όλη την ISI με πεπερασμένο πλήθος από filter taps, αλλά αν η τιμή του N είναι μεγάλη, τότε μπορούμε να απομακρύνουμε το μεγαλύτερο μέρος της.

Η μέθοδος του ελαχίστου τετραγώνου

- Στην πράξη, εναλλακτικά, προσπαθούμε να ελαχιστοποιήσουμε την μέση διαφορά τετραγώνων μεταξύ $p_o[k]$ και επιθυμητής απόκρισης μηδενικού ISI.
- για ένα αρκετά μεγάλο παράθυρο $[-K, K]$ ισχύει ότι:

$$\text{MSE} \equiv \frac{1}{2K+1} \sum_{k=-K}^K (p_o[k] - \delta[k])^2$$

όπου το Kronecker δέλτα ορίζεται σαν:

$$\delta[k] = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

- η λύση της παραπάνω εξίσωσης αναπαράσταται καλύτερα σε μορφή πινάκων: $\mathbf{c} = \mathbf{P}_T^\dagger \mathbf{p}_o$ όπου \mathbf{P}_T^\dagger ο Moore-Penrose ψευδοαντίστροφος πίνακας, μεγέθους $(2K+1) \times (2N+1)$.
- η λύση έχει ως αποτέλεσμα έναν **πιο σταθερό ισοσταθμιστή** από την προηγούμενη όσον αφορά στο πρόβλημα της μείωσης της ISI.
- σε ακόμα πιο απαιτητικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται άλλες προσαρμοστικές μέθοδοι (adaptive filters) για το παραπάνω πρόβλημα.

Εξαγωγή πληροφοριών χρονισμού

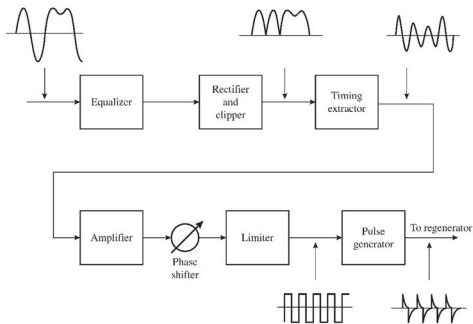
Στο λαμβανόμενο ψηφιακό σήμα γίνεται δειγματοληψία, οπότε απαιτείται **ρολόι στο δέκτη σε συγχρονισμό με το ρολόι πομπού.**

Υπάρχουν τρεις γενικοί μέθοδοι συγχρονισμού:

- Παραγωγή **κοινού χρονισμού πομπού - δέκτη** από κάποια **κοινή πηγή χρονισμού** (υψηλό κόστος, χρησιμοποιείται μόνο για μεγάλους όγκους δεδομένων και για συστήματα επικοινωνιών υψηλής ταχύτητας)
- Μετάδοση **ξεχωριστού σήματος χρονισμού** (χρειάζεται επιπλέον χωρητικότητα στο κανάλι καθώς και επιπλέον ισχύ εκπομπής).
- **Αυτοσυγχρονισμός**, όπου ανακτάται η πληροφορία χρονισμού από το ίδιο το σήμα (αποτελεσματική μέθοδος).

- ένα σήμα on-off έχει μια διακριτή συνιστώσα με συχνότητα ίση με τη συχνότητα του ρολογιού. Όταν εφαρμοστεί σε κύκλωμα συντομισμού που είναι ρυθμισμένο στη συχνότητα του ρολογιού, το σήμα εξόδου θα είναι ίδιο με το επιθυμητό σήμα του ρολογιού.
- δεν ισχύει αυτό για όλα τα δυαδικά σήματα. Το διπολικό δεν χαρακτηρίζεται από διακριτή συνιστώσα οποιασδήποτε συχνότητας.
- μπορούμε να εξάγουμε όμως αυτή την πληροφορία χρονισμού με μια μη γραμμική διάταξη για να δημιουργήσουμε έναν τόνο συχνότητας που θα σχετίζεται με το ρολόι του χρονισμού.
- στην διπολική μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια απλή διαδικασία ανόρθωσης για να την μετατρέψουμε σε on-off.

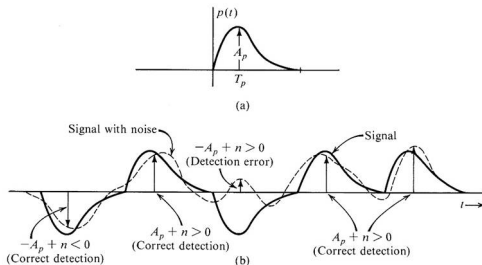
- η έξοδος του ταλαντωτή (εξαγωγέας χρονισμού) περνάει από ένα σύστημα μετατόπισης φάσης το οποίο προσαρμόζει τη φάση του σήματος χρονισμού ώστε οι παλμοί χρονισμού να υφίστανται στα σημεία μέγιστου.
- η αρχιτεκτονική αυτή χρησιμοποιείται στους αναγεννητές ενός συστήματος PCM.
- επειδή οι χρονικές διακυμάνσεις που εισάγονται από τους διαδοχικούς αναλυτές προστίθενται μεταξύ τους, πρέπει μετά από έναν αριθμό αναγεννητών να χρησιμοποιήσουμε πιο περίπλοκα σχήματα ανάκτησης ρολογιού όπως είναι οι βρόχοι κλειδωμένης φάσης (PLLs).



Σχήμα: Εξαγωγή χρονισμού

Σφάλμα στην ανίχνευση

- μετά την έλευση του σήματος από τον ισοσταθμιστή, μπορεί να λάβει χώρα η διαδικασία της ανίχνευσης σε έναν ανιχνευτή.
- αυτός πραγματοποιεί δειγματοληψία στο σήμα με βάση τις πληροφορίες του ρολογιού που έχει πάρει από το κύκλωμα εξαγωγής πληροφοριών χρονισμού.
- το σήμα που λαμβάνεται στον δέκτη αποτελείται από το ισοσταθμισμένο συρμό παλμών, στον οποίο έχει προστεθεί τυχαίος θόρυβος καναλιού.
- το πρόβλημα που δημιουργεί ο θόρυβος είναι η εμφάνιση σφαλμάτων κατά την ανίχνευση.



Σχήμα: Πιθανότητα σφάλματος στην ανίχνευση κατωφλίου

- οι παλμοί υφίστανται δειγματοληψία στις τιμές κορυφής τους. Αν δεν είχαμε θόρυβο, το δείγμα του θετικού παλμού θα ήταν A_p ενώ του αρνητικού το $-A_p$.
- λόγω θορύβου θα είναι $\pm A_p + n$ όπου n το πλάτος του τυχαίου θορύβου.
- λόγω συμμετρίας, συμπεραίνουμε ότι το κατώφλι της ανίχνευσης είναι μηδενικό, συνεπώς αν η τιμή του δείγματος είναι θετική, το ψηφίο που ανιχνεύεται είναι το **1**, αν είναι αρνητική το ψηφίο που ανιχνεύεται είναι το **0**.
- επειδή ο θόρυβος είναι τυχαίος, θα μπορούσε την στιγμή της δειγματοληψίας να είναι πολύ μεγάλος ή πολύ μικρός ή θετικός ή αρνητικός και να έχουμε σφάλμα ανίχνευσης
- η απόδοση των ψηφιακών συστημάτων επικοινωνιών προσδιορίζεται από το μέσο πλήθος των σφαλμάτων που ανιχνεύονται. Η ακριβής διατύπωση και εκτίμηση της πιθανότητας σφαλμάτων, χρησιμοποιεί εργαλεία θεωρίας πιθανοτήτων κάτι που θα δούμε σε επόμενες διαλέξεις.

Διαγράμματα οφθαλμού

- Το διάγραμμα του οφθαλμού είναι ένα εργαλείο το οποίο καθιστά δυνατή την οπτική εξέταση της σφοδρότητας του φαινομένου της ISI, την ακρίβεια της εξαγωγής πληροφοριών χρονισμού, την ανοσία στον θόρυβο κλπ.
- για να δημιουργηθεί χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο.
- χρησιμοποιούμε το ζωνοπερατό σήμα στην έξοδο του καναλιού

$$y(t) = \sum a_k p(t - kT_b)$$

το οποίο το εφαρμόζουμε στην κατακόρυφη είσοδο ενός παλμογράφου

- η βάση του χρόνου του οργάνου σκανδαλίζεται κατά τον ίδιο ρυθμό $1/T_b$ και έτσι δημιουργείται μια σάρωση που διαρκεί ακριβώς T_b δευτερόλεπτα (όσο διαρκεί η μετάδοση ενός συμβόλου δεδομένων).
- ο παλμογράφος απεικονίζει την υπέρθεση πολλών ιχνών μήκους, T_b από την έξοδο του καναλιού. Δείχνει το σήμα εισόδου που έχει υποστεί αποκοπή κάθε T_p μονάδες χρόνου.
- επειδή το πρότυπο που δημιουργείται μοιάζει με μάτι, ονομάζεται **διάγραμμα οφθαλμού**.

- Στο (α) θεωρούμε την μετάδοση ενός δυαδικού σήματος με παλμούς πολικής NRZ και το αντίστοιχο διάγραμμα ματιού στο (β) για βάσεις χρόνου T_b και $2T_b$. Το κανάλι διαθέτει άπειρο εύρος ζώνης και δεν υφίσταται παραμόρφωση λόγω καναλιού. Έτσι οι οφθαλμοί είναι ανοιχτοί.
- στο (γ) έχουμε την έξοδο καναλιού με ίδιο πολικό κώδικα γραμμής και διαφορετικό RZ σχήμα παλμού και τα διαγράμματα οφθαλμών στο (δ). Εδώ ο οφθαλμός είναι ανοιχτός μόνο στο μέσο της διάρκειας του παλμού.
- ο δέκτης θα μπορούσε να κάνει δειγματοληψία του σήματος στο μέσο σημείο για να πετύχει βέλτιστη ανοσία στο θόρυβο.
- στο (ε) χρησιμοποιείται κανάλι που εισάγει παραμόρφωση ή έχει πεπερασμένο εύρος ζώνης (ή και τα δύο). Σε αυτή την περίπτωση το πολικό NRZ του (α) γίνεται το σήμα του (ε) με παραμορφωμένους παλμούς, απλωμένους. Τα διαγράμματα οφθαλμών (στ) δεν είναι εντελώς ανοιχτά (ISI δεν είναι μηδέν).

- στην περίπτωση θορύβου καναλιού, ο οφθαλμός τείνει να κλείνει σε όλες τις περιπτώσεις. Όσο μικρότερος ο θόρυβος, τόσο λιγότερο θα κλείνει ο οφθαλμός.
- το κατώφλι απόφασης σχετικά με ποιος είναι ο παλμός που έχει μεταδοθεί, είναι το μέσο του οφθαλμού.
- αν δεν έχουμε θόρυβο (σχ. β) τότε το σύστημα μπορεί να ανεχτεί θόρυβο ως το μισό του κατακόρυφου ανοίγματος του οφθαλμού. Αν έχουμε θόρυβο μεγαλύτερο από αυτή την ποσότητα, πιθανόν να έχουμε σφάλμα απόφασης.
- όσο μεγαλώνει η ISI, τόσο ελαττώνεται το άνοιγμα του οφθαλμού και ελαττώνεται το επίπεδο ανοχής του θορύβου.
- το διάγραμμα οφθαλμού χρησιμοποιείται για να προσδιορίσουμε τους συντελεστές των φίλτρων του ισοσταθμιστή ώστε να πετύχουμε το μέγιστο κατακόρυφο αλλά και οριζόντιο άνοιγμα.

Ψηφιακά σήματα φέροντος

- τα ζωνοπερατά σήματα έχουν μεγάλη τιμή ισχύος σε χαμηλές συχνότητες και είναι κατάλληλα για την μετάδοση μέσω αγωγών, ομοαξονικών καλωδίων.
- δεν μπορούν να μεταδοθούν με ραδιοζεύξη ή δορυφόρους γιατί θα απαιτούσε κεραίες με μη πρακτικό μήκος.
- για την περίπτωση αυτή θα πρέπει το φάσμα τους να μεταφερθεί σε υψηλότερες συχνότητες.
- αυτό (όπως και στις αναλογικές επικοινωνίες) μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας το ζωνοπερατό ψηφιακό σήμα για τη διαμόρφωση ενός ημιτονοειδούς (φέροντος) σήματος υψηλής συχνότητας.
- αυτή η διαδικασία (αλλά και η αντίστροφη) διαμόρφωση - αποδιαμόρφωση γίνεται σε μια συσκευή που ονομάζεται MODEM.

Οι βασικές δυαδικές διαμορφώσεις φέροντος

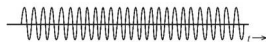
Υπάρχουν δύο κατηγορίες διαμόρφωσης φέροντος σήματος:

- η διαμόρφωση πλάτους
- η διαμόρφωση γωνίας

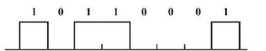
Διαμόρφωση πλάτους

- το πλάτος του φέροντος μεταβάλλεται αντίστοιχα με τις μεταβολές του σήματος υπό διαμόρφωση
- το ζωνοπερατό on-off σήμα $m(t)$ είναι ίσο με

$$m(t) = \sum a_k p(t - kT_b) \quad \text{όπου} \quad p(t) = \Pi\left(\frac{t - T_b/2}{T_b}\right)$$



(a)



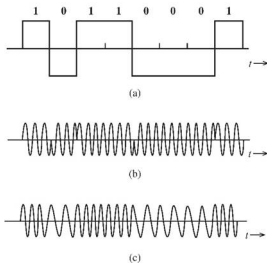
(b)



(c)

Σχήμα: (α) φέρον σήμα (β) σήμα υπό διαμόρφωση $m(t)$ (γ) ASK

- αν το σήμα $m(t)$ ήταν πολικό, το διαμορφωμένο σήμα θα ήταν όπως του παρακάτω σχήματος (β).
- το σύμβολο 1 θα μεταδιδόταν χρησιμοποιώντας τον παλμό $p(t)\cos\omega_c t$, ενώ το σύμβολο 0 με τον παλμό $-p(t)\cos\omega_c t = p(t)\cos(\omega_c t + \pi)$
- οι δύο παλμοί παρουσιάζουν διαφορά φάσης ίση με π .
- επειδή οι πληροφορίες βρίσκονται στην φάση ή το πρόσημο του παλμού, το σχήμα αυτό ονομάζεται μεταλλαγή μετατόπισης φάσης (Phase Shift Keying, PSK).
- το διαμορφωμένο φέρον σήμα PSK έχει την ίδια μορφή όπως και στην ASK, με την διαφορά ότι ο κώδικας γραμμής είναι πολικός με $a_k = \pm 1$



Σχήμα: (α) το σήμα προς διαμόρφωση $m(t)$ (β) PSK: το διαμορφωμένο σήμα (γ) FSK: το διαμορφωμένο σήμα

Διαμόρφωση συχνότητας

- όταν τα δεδομένα μεταδίδονται με μεταβολή της συχνότητας, έχουμε την μεταλλαγή μετατόπισης συχνότητας (frequency shift keying FSK).
- ένα σύμβολο 0 μεταδίδεται με παλμό συχνότητας ω_{c_0} , ενώ το σύμβολο 1 με παλμό συχνότητας ω_{c_1}
- οι πληροφορίες των δεδομένων βρίσκονται τώρα στην συχνότητα του φέροντος σήματος.
- θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε το σήμα που προκύπτει με την FSK ως το άθροισμα δύο σημάτων που έχουν διαμορφωθεί με ASK συχνότητας ω_{c_0} και ω_{c_1} :

$$\phi_{FSK}(t) = \sum a_k p(t - kT_b) \cos \omega_{c_1} t + \sum (1 - a_k) p(t - kT_b) \cos \omega_{c_0} t$$

με τους συντελεστές $a_k = 0, 1$ να είναι τύπου on-off.

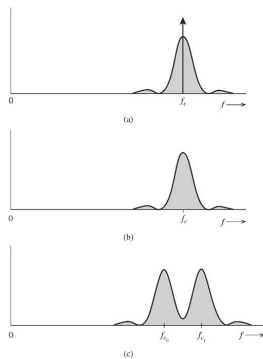
- δηλαδή το σήμα FSK αποτελεί την επαλληλία δύο σημάτων AM με διαφορετικές φέρουσες συχνότητες και διαφορετικά αλλά συμπληρωματικά πλάτη.
- χρησιμοποιείται στις μέρες μας στις οπτικές επικοινωνίες, ενώ είχε χρησιμοποιηθεί και στα πρώτα modems

Η συνάρτηση PSD της διαμόρφωσης ψηφιακού φέροντος σήματος

- Η PSD του διαμορφωμένου σήματος $\phi(t) = m(t)\cos\omega_c t$ είναι ίση με:

$$S_\phi(f) = \frac{1}{4}S_M(f + f_c) + \frac{1}{4}S_M(f - f_c)$$

- είναι δηλαδή μια μετατοπισμένη έκδοση της PSD του ζωνοπερατού σήματος κατά $\pm f_c$.
- το ASK σήμα προσαρμόζεται στο μοντέλο αυτό με το $m(t)$ να είναι ένα σήμα on-off με παλμό πλήρους εύρους ή παλμό NRZ. Συνεπώς η PSD του είναι ίδια με του on-off (όπως είχαμε δει), μόνο που είναι μετατοπισμένη κατά $\pm f_c$ αλλά δεν περιλαμβάνει τις διακριτές συνιστώσες εκτός από την μηδενική. Συνεπώς έχει διακριτή συνιστώσα μόνο στη θέση ω_c .
- το PSK σήμα προσαρμόζεται στο μοντέλο αυτό με $m(t)$ να είναι ένα πολικό σήμα με παλμό πλήρους εύρους NRZ. Συνεπώς η PSD του είναι ίδια με του πολικού μετατοπισμένη στις θέσεις $\pm\omega_c$. Έχει το ίδιο σχήμα με την PSD του ASK αλλά χωρίς τις διακριτές συνιστώσες.
- το FSK σήμα προκύπτει από το άθροισμα δύο ASK χρησιμοποιώντας παλμό πλήρους εύρους. Συνεπώς η PSD του FSK είναι το άθροισμα των PSD των ASK στις τιμές συχνότητας ω_{c0} και ω_{c1} . Με κατάλληλη επιλογή των συχνοτήτων αυτών μπορούμε να εξαλείψουμε τις διακριτές συνιστώσες.



Σχήμα: Φασματική πυκνότητα ισχύος (α) ASK (β) PSK (γ) FSK

- το εύρος ζώνης του FSK είναι **μεγαλύτερο** από το εύρος του ASK ή του PSK.
- είχαμε αναφέρει ότι η **πολική απαιτεί λιγότερη ισχύ**. Το ίδιο ισχύει και για το PSK που είναι πολικής φύσης και απαιτεί 3dB λιγότερη ισχύ σε σχέση με ASK ή το FSK για ίδια ανοσία στον θόρυβο και πιθανότητα λανθασμένης ανίχνευσης παλμών.

Σχέση ανάμεσα στις διαμορφώσεις φέροντος αναλογικού και ψηφιακού σήματος

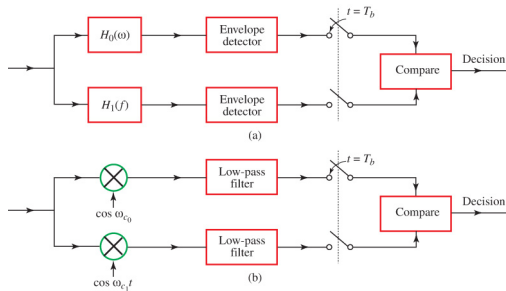
- Υπάρχει μια σχέση μεταξύ της ASK και της AM. Στην πράξη λόγω του μη αρνητικού πλάτους της είναι ένα σήμα AM με δείκτη διαμόρφωσης $\mu = 1$.
- Παρόμοια συστέτιση έχει η FSK με την FM. Το FSK είναι ένα σήμα FM το οποίο διαθέτει περιορισμένο πλήθος από στιγμιαίες συχνότητες.
- Η PSK μοιάζει με το αναλογικό σήμα QAM.
- ειδικά για την δυαδική PSK, $\theta = 0, \pi$. Συνεπώς μπορεί να γραφεί ως $\pm A \cos \omega_c t$, δηλαδή μια ψηφιακή εκδήλωση της DSB-SC.
- Η PSK είναι πιο αποδοτική από την πλευρά της ισχύος σε σχέση με την ASK.
- από πλευράς εύρους ζώνης οι ASK και PSK έχουν ταυτόσημη κατοχή εύρους ζώνης, ενώ η FSK έχει απαιτεί μεγαλύτερο εύρος.

Ανίχνευση ASK

- ένα σήμα ASK όπως και ένα σήμα AM μπορεί να αποδιαμορφωθεί τόσο με σύμφωνο τρόπο (σύγχρονη φώραση), όσο και με μη σύμφωνο τρόπο (φώραση περιβάλλουσας).
- ο σύγχρονος είναι πιο πολύπλοκος αλλά με μεγαλύτερη απόδοση, ειδικά όταν η ισχύς του σήματος είναι μικρή
- αν η ισχύς του σήματος είναι μεγάλη, ο φωρατής περιβάλλουσας έχει ίδια απόδοση με τον σύμφωνο.
- γενικά δεν χρησιμοποιούμε σύμφωνη φώραση στην ASK αλλά στην PSK.

Ανίχνευση FSK

- το σήμα FSK μπορεί να θεωρηθεί ως άθροισμα δύο σημάτων ASK που σχετίζονται μέσω διεμπλοκής με φέρουσες συχνότητες ω_{c1} και ω_{c2} .
- ομοίως με προηγουμένως, μπορεί να ανιχνευτεί με δύο τρόπους: σύμφωνο και μη σύμφωνο.
- στη μη σύμφωνη το εισερχόμενο περνάει από ένα ζεύγος φίλτρων συντονισμένα στις παραπάνω συχνότητες. Κατόπιν περνάει από φωρατή περιβάλλουσας. Οι έξοδοι των φωρατών περνάνε από δειγματοληψία και σύγκριση.
- αν ένα 0 μεταδίδεται μέσω παλμού συχνότητας ω_{c0} , αυτό θα εμφανιστεί στην έξοδο του φίλτρου που είναι συντονισμένο στην ω_{c0} και τίποτα στην έξοδο του φίλτρου που είναι συντονισμένο στην ω_{c1} . Άρα το δείγμα εξόδου του φωρατή που ακολουθεί το φίλτρο που συντονίζεται στην ω_{c0} θα είναι μεγαλύτερο από το άλλο και έτσι ο δέκτης αποφασίζει ότι στάλθηκε ένα 0.
- στον σύμφωνο τρόπο δημιουργούνται δύο αναφορές των συχνοτήτων ω_{c0} και ω_{c1} για τους δύο αποδιαμορφωτές και μετά συγκρίνονται οι έξοδοι των αποδιαμορφωτών. Συνεπώς ο σύμφωνος φωρατής πρέπει να δημιουργήσει δύο φέροντα σήματα σε συγχρονισμό με τα φέροντα της διαμόρφωσης.
- η δεύτερη τεχνική είναι πολύπλοκη και δεν χρησιμοποιείται.



Σχήμα: (α) Μη σύμφωνη ανίχνευση στην FSK (β) Σύμφωνη ανίχνευση στην FSK

Διαφορική PSK

- επειδή η PSK έχει πεπερασμένο αριθμό τιμών της φάσης διαμόρφωσης, μπορούμε να το εκμεταλευτούμε για μη σύμφωνη ανίχνευση
- η μέθοδος αυτή ονομάζεται διαφορική PSK ή DPSK
- η λειτουργία της βασίζεται στην ανίχνευση από τον δέκτη της μεταβολής φάσης που υπάρχει ανάμεσα σε διαδοχικές διαμορφωμένες φάσεις θ_k και θ_{k-1}
- επειδή η διαφορά είναι πεπερασμένη (στην δυαδική είναι μία από τις τιμές 0 ή π), ο πομπός μπορεί να κωδικοποιήσει τα δεδομένα στη διαφορά φάσης $\theta_k - \theta_{k-1}$
- στην κωδικοποίηση αυτή ένα 0 κωδικοποιείται με τον ίδιο παλμό που χρησιμοποιείται για την κωδικοποίηση του προηγούμενου bit (δεν πραγματοποιείται μετάπτωση), ενώ ένα 1 κωδικοποιείται με τον αρνητικό του παλμού που χρησιμοποιήθηκε για το προηγούμενο bit (πραγματοποιείται μετάπτωση).

- στην αποδιαμόρφωση δεν χρειάζεται να δημιουργηθεί τοπικό φέρον σήμα. Το ληφθέν διαμορφωμένο είναι από μόνο του ένα φέρον σήμα με μόνη ασάφεια αυτή του προσήμου.
- στην αποδιαμόρφωση στην θέση του φέροντος χρησιμοποιούμε το ληφθέν με καθυστέρηση T_b .
- Αν ο παλμός είναι ίδιος με τον προηγούμενο, το γινόμενο είναι

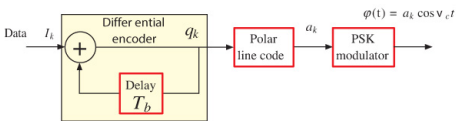
$$y(t) = A^2 \cos^2 \omega_c t = (A^2/2)(1 + 2\cos \omega_c t)$$

και η έξοδος του χαμηλοπερατού φίλτρου θα είναι ίση με $z(t) = A^2/2$

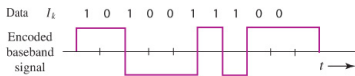
- Αν ο παλμός είναι διαφορετικός από τον προηγούμενο, το γινόμενο είναι

$$y(t) = -A^2 \cos^2 \omega_c t$$

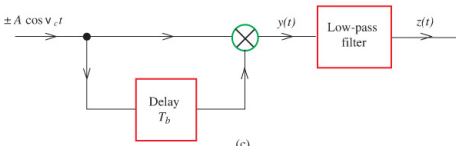
και η έξοδος του χαμηλοπερατού φίλτρου θα είναι ίση με $z(t) = -A^2/2$



(a)



(b)



(c)

Σχήμα: (α) διαφορική κωδικοποίηση (β) κωδικοποιημένο σήμα (γ) δέκτης διαφορικής PSK

Χρόνος k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I_k		1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
Q_k	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
Κώδ. γραμμής a_k	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
θ_k	π	0	0	π	π	π	0	π	0	0	0
$\theta_k - \theta_{k-1}$		π	0	π	0	0	π	π	π	0	0
Ανιχνευμένα bits		1	0	1	0	0	1	1	1	0	0

Σχήμα: Διαφορική κωδικοποίηση και ανίχνευση για την δυαδική DPSK - Παράδειγμα

M-αδική σηματοδosis

- Ανεξάρτητα με τον κώδικα γραμμής που χρησιμοποιείται, οι διαφορετικοί τύποι δυαδικής διαμόρφωσης βασικής ζώνης έχουν ένα **μειονέκτημα**: Όλες μεταδίδουν **ένα bit** πληροφορίας σε T_b δευτερόλεπτα (ο ρυθμός μεταφοράς είναι $1/T_b$ bits/sec).
- για να καταφέρει ο πομπός να μεταδώσει τα δεδομένα πιο γρήγορα, θα πρέπει να μειώσει την τιμή του διαστήματος T_b
- αυτό όμως έχει **τίμημα σε εύρος ζώνης**. Γνωρίζουμε ότι αν μειώσουμε το T_b κατά παράγοντα M , αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα την αύξηση του εύρους ζώνης κατά τον ίδιο παράγοντα M .
- Υπάρχει άλλη λύση; Ναι, αν επιτρέψουμε σε κάθε παλμό να μεταφέρει πολλαπλά bits αντί για 1.

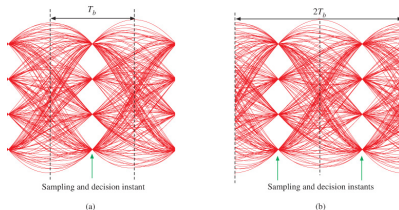
- στην προηγούμενη περίπτωση του 4-αδικού παλμού, μπορούμε να μεταδώσουμε ένα ζεύγος από bits με κάθε παλμό, συνεπώς αν θέλουμε να μεταδώσουμε n bits, θα χρειαστούμε $n/2$ 4-αδικούς παλμούς.
- στην περίπτωση που έχουμε 3 bits, θα χρησιμοποιούσαμε 8-αδικό σύμβολο. Με παρόμοιο τρόπο η ομάδα από 4bits μπορεί να μεταδοθεί από ένα 16-αδικό σύμβολο.
- στην γενική περίπτωση η πληροφορία I_M η οποία μπορεί να μεταφερθεί από ένα M -αδικό σύμβολο είναι ίση με

$$I_M = \log_2 M$$

- αυτή η ειδική σηματοδοσία ονομάζεται **διαμόρφωση πλάτους παλμών (PAM)** επειδή η πληροφορία μεταφέρεται μέσω της μεταβολής του πλάτους των παλμών.
- η παραπάνω δεν είναι η μοναδική λύση, υπάρχει πλήθος άλλων λύσεων αλλά λίγες είναι αποδοτικές από άποψης καταπολέμησης θορύβου, ελέγχου ισχύος και εξοικονόμησης εύρους ζώνης.
- το τίμημα της PAM είναι η ισχύς. Καθώς το M αυξάνεται, αυξάνεται και η μεταδιδόμενη ισχύς. Τα πλάτη των παλμών αυξάνουν με το M και η ισχύς συναρτῆσει του M^2

Μορφοποίηση και διαγράμματα οφθαλμών στην PAM

- μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε παλμούς που ικανοποιούν το 1ο κριτήριο Nyquist μηδενικής διασυμβολικής παρεμβολής στις χρονικές στιγμές δειγματοληψίας.
- μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε και παλμούς που ικανοποιούν το 2ο κριτήριο της ελεγχόμενης ISI στις στιγμές δειγματοληψίας
- τα διαγράμματα οφθαλμού δημιουργούνται από την M -αδική PAM. Τα διαγράμματα οφθαλμού θα πρέπει να έχουν M επίπεδα στις βέλτιστες στιγμές δειγματοληψίας όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σχήμα: Διαγράμματα οφθαλμών 4-αδικής σηματοδότησης PAM με παλμό ανυψωμένου συνημιτόνου με συντελεστή 0.5 (α) για περίοδο ίση με δύο σύμβολα $2T_b$ με χρονική μετατόπιση ίση με $T_b/2$ (β) χωρίς την μετατόπιση

M-αδική ASK και μη σύμφωνη ανίχνευση

- η M-αδική ASK αποτελεί μια γενίκευση της ASK
- η ASK στέλνει

$$\phi(t) = 0, A\cos(\omega_c t)$$

για τα σύμβολα **0** και **1**

- η M-αδική ASK αποστέλλει $\log_2 M$ bits κάθε φορά

$$\phi(t) = 0, A\cos(\omega_c t), 2A\cos(\omega_c t), 3A\cos(\omega_c t), \dots (M-1)A\cos(\omega_c t)$$

- το σήμα που προκύπτει είναι ένα AM σήμα με M διαφορετικά πλάτη και δείκτη διαμόρφωσης με τιμή $\mu = 1$.
- το εύρος ζώνης είναι το ίδιο με την BASK, η ισχύς του όμως αυξάνεται ανάλογα με την τιμή του M^2
- η αποδιαμόρφωση επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας φώραση περιβάλλουσας η σύμφωνη ανίχνευση.

M-αδική FSK και ορθογώνια σηματοδοσία

- η μέθοδος M-FSK δημιουργείται με παρόμοιο τρόπο διαλέγοντας ένα ημιτονοειδές σήμα από σύνολο σημάτων της μορφής:

$$A \cos(2\pi f_i t), \quad i = 1, 2, \dots, M$$

το οποίο αποτελείται από $\log_2 M$ bits.

- οι διαφορετικές τιμές συχνοτήτων μπορούν να σχεδιαστούν ως αύξηση συχνότητας δf ως

$$f_m = f_1 + (m - 1)\delta f \quad m = 1, 2, \dots, M$$

- σε αυτή την περίπτωση η απόκλιση συχνότητας είναι

$$\Delta f = \frac{f_M - f_1}{2} = \frac{1}{2}(M - 1)\delta f$$

- η επιλογή του συνόλου των συχνοτήτων προσδιορίζει την απόδοση και το εύρος ζώνης της FSK.
- αν το δf είναι μεγάλο, τότε η M-αδική FSK θα χρησιμοποιήσει μεγάλο εύρος ζώνης
- αν το δf είναι μικρό, τότε στο διάστημα T_b οι παλμοί δεν θα έχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ τους και ο δέκτης δεν θα μπορέσει να διακρίνει τα διαφορετικά σύμβολα.

- γνωρίζουμε ότι το εύρος ζώνης ψηφιακού σήματος βασικής ζώνης στο διάστημα T_b προσεγγίζεται από την τιμή του $1/T_b$. Επομένως για την ελάχιστη μεταλλαγή μετατόπισης έχουμε ότι

$$\Delta f = (M - 1)/(4T_b)$$

- το εύρος ζώνης θα είναι ίσο κατά προσέγγιση σύμφωνα με τον κανόνα του Carson με

$$2(\Delta f + B) = \frac{M - 3}{2T_b}$$

- το εύρος ζώνης ενός ορθογώνιου M -αδικού σήματος είναι M φορές μεγαλύτερο από το εύρος ζώνης του δυαδικού
- η μεταδιδόμενη ισχύς όμως είναι ανεξάρτητη από την τιμή του M στο ορθογώνιο σχήμα
- συνεπώς: αντίθετα με την M -ASK, η M -FSK δεν απαιτεί περισσότερη ισχύ μετάδοσης για την ίδια ανοσία στον θόρυβο. Όμως αυξάνουν οι απαιτήσεις της για εύρος ζώνης (σχεδόν γραμμικά με το M)

M-αδικές PSK, PAM και QAM

- τα σήματα PSK μπορούμε να τα γράψουμε στην μορφή:

$$\phi_{PSK}(t) = a_m \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos \omega_c t + b_m \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin \omega_c t$$

όπου $a_m = A \cos \theta_m$ και $b_m = -A \sin \theta_m$

- οι συναρτήσεις $\sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos \omega_c t$ και $\sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin \omega_c t$ είναι ορθογώνιες και κανονικοποιημένες στο διάστημα $[0, T_b]$.
- συνεπώς όλα τα σύμβολα PSK μπορούν να αναπαρασταθούν σε έναν διδιάστατο χώρο σημάτων, ο οποίος χρησιμοποιεί συναρτήσεις βάσης της μορφής:

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cos \omega_c t \quad \psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \sin \omega_c t$$

τέτοιες ώστε

$$\phi_{PSK}(t) = a_m \psi_1(t) + b_m \psi_2(t)$$

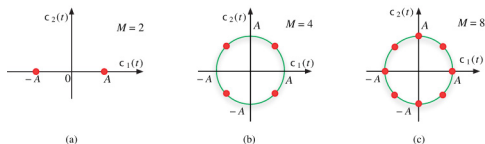
- από την προηγούμενη σχέση προκύπτει το συμπέρασμα ότι οι διαμορφώσεις PSK μπορούν να αναπαρασταθούν ως σήματα QAM.
- τα σήματα ικανοποιούν την σχέση:

$$a_m^2 + b_m^2 = A^2 \cos^2 \theta_m + (-A)^2 \sin^2 \theta_m = A^2$$

- συνεπώς όλα τα σημεία του σήματος πρέπει να βρίσκονται πάνω στην περιφέρεια κύκλου ακτίνας A . Για να πετύχουμε μεγαλύτερη ανοσία στον θόρυβο, όλα τα σήματα απέχουν μεταξύ τους ίσες αποστάσεις:

$$\theta_m = \theta_0 + \frac{2\pi}{M}(m-1), \quad m = 1, 2, \dots, M$$

- μια ειδική περίπτωση σηματοδοσίας PSK για την τιμή $M = 4$ είναι η QPSK. Αυτή προκύπτει από την άθροιση δύο δυαδικών σημάτων PSK: το συμφασικό φέρον σήμα $\cos \omega_c t$ και το ορθογωνικό φέρον σήμα $\sin \omega_c t$.
- παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι μπορούμε να μεταδώσουμε και να λάβουμε και τα δύο αυτά σήματα χρησιμοποιώντας ένα κανάλι, πετυχαίνοντας έτσι διπλασιασμό του ρυθμού μετάδοσης.



Σχήμα: M -αδικά σύμβολα PSK στον ορθογώνιο χώρο σημάτων (α) $M = 2$ (β) $M = 4$ (γ) $M = 8$

Σχέση PSK με την QAM

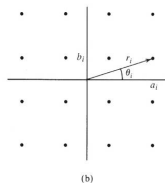
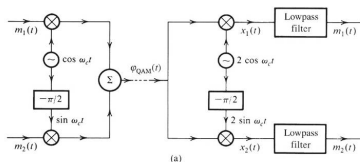
- το σήμα PSK είναι μια γενική περίπτωση του σήματος QAM με τον επιπλέον περιορισμό ότι θα πρέπει να έχει σταθερό μέτρο ίσο με A .
- για τον λόγο αυτό μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την πιο απλή και ευέλικτη QAM για την ψηφιακή διαμόρφωση. Το σήμα που μεταδίδεται από ένα M -αδικό σύστημα QAM είναι:

$$p_i(t) = a_i p(t) \cos \omega_c t + b_i p(t) \sin \omega_c t = r_i p(t) \cos(\omega_c t - \theta_i), \quad i = 1, 2, \dots, M$$

$$r_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad \theta_i = \tan^{-1} \frac{b_i}{a_i}$$

- ο $p(t)$ είναι ένας κατάλληλα μορφοποιημένος παλμός (ορθογώνιος ή όποιας άλλης μορφής για εξοικονόμηση εύρους ζώνης)

- στο παρακάτω σχήμα τα σήματα $m_1(t)$, $m_2(t)$ είναι μια ζωνοπερατή \sqrt{M} -αδική ακολουθία παλμών τα οποία διαμορφώνονται από δύο φέροντα σήματα ίδιας συχνότητας αλλά ορθογώνια μεταξύ τους.
- το σήμα QAM $p_i(t)$ μπορεί να δημιουργηθεί με την QAM θέτοντας $m_1(t) = a_i p(t)$ και $m_2(t) = b_i p(t)$
- το διάγραμμα οφθαλμού του σήματος QAM αποτελείται από την συμφασική συνιστώσα $m_1(t)$ και την ορθογωνική συνιστώσα $m_2(t)$



Σχήμα: Πολυπλεξία QAM (β) QAM 16 σημείων

- η γεωμετρική αναπαράσταση του M -αδικού QAM μπορεί να επεκταθεί από τον χώρο των PSK σημάτων αν απομακρύνουμε τον περιορισμό που επιβάλλει η PSK για σταθερό μέτρο.
- μια καλή επιλογή των παραμέτρων r_i, θ_i για $M = 16$ φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα. Ο παλμός που μεταδίδεται μπορεί να αποδεχτεί 16 διακριτές μορφές.
- κάθε παλμός μπορεί να μεταδώσει πληροφορία που περιέχεται σε $\log_2 16 = 4$ bits. Σε σχέση με την BPSK τετραπλασιάζουμε τον ρυθμό των bits χωρίς να αυξάνουμε το εύρος ζώνης.
- οι είσοδοι και οι έξοδοι στον διαμορφωτή / αποδιαμορφωτή είναι ίσες με $a_i p_i(t)$ και $b_i p_i(t)$. Γνωρίζοντας τα (a_i, b_i) μπορούμε να προσδιορίσουμε τα τέσσερα μεταδιδόμενα bits.
- αν απενεργοποιήσουμε το ρεύμα δεδομένων που διαμορφώνει το $\sin \omega_c t$ στην μέθοδο QAM, τότε όλα τα σημεία σηματοδοσίας περιορίζονται στην μία διάσταση και καταλήγουμε στην διαμόρφωση πλάτους παλμού PAM.

Βασικές ιδιότητες QAM

- η PAM είναι η ψηφιακή έκδοση του σήματος DSB-SC
- η QAM αποτελείται από δύο σήματα PAM που το καθένα έχει \sqrt{M} επίπεδα σηματοδοσίας.
- η PAM απαιτεί το ίδιο εύρος ζώνης με την QAM αλλά είναι λιγότερο αποδοτική καθώς απαιτεί M επίπεδα σηματοδοσίας για διαμόρφωση ανά διάσταση, ενώ η QAM απαιτεί λιγότερα (\sqrt{M}) σε κάθε μια από τις δύο ορθογώνιες διαστάσεις της.
- η επιλογή του σχήματος διαμόρφωσης εξαρτάται από τις απαιτήσεις / περιορισμούς που έχουμε σε μεταδιδόμενη ισχύ και εύρος ζώνης:
 - στην ορθογώνια, η ισχύς είναι ανεξάρτητη του M αλλά το εύρος αυξάνει με την αύξηση του M
 - στην PAM, η ισχύς αυξάνει με το M^2 ενώ το εύρος ζώνης παραμένει σταθερό.
- συνεπώς η M -αδική σηματοδοσία προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία στην ανταλλαγή ισχύος σήματος (SNR) και εύρος ζώνης. Το τι θα επιλέξουμε εξαρτάται από τις απαιτήσεις / περιορισμούς της εφαρμογής μας.

Περαιτέρω μελέτη

- Μπορείτε να πειραματιστείτε με τις διαφορετικές τεχνικές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο αυτό, δοκιμάζοντας τα προγράμματα σε MATLAB που βρίσκονται στην ενότητα 7.10
- Θα μπορούσαν να τροποποιηθούν τα προγράμματα αυτά ώστε να μπορούν να τρέξουν σε περιβάλλον octave;
- Θα μπορούσαν να τροποποιηθούν τα προγράμματα αυτά σε γλώσσα προγραμματισμού Python;



Signal & Image Processing, Pattern Recognition Group (SIPPRE)
www.sippre-group.com