

Περιγραμματα διάλεξης

- 1 Δειγματοληψία
- 2 Παλμοκωδική διαμόρφωση - PCM
- 3 Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση (DPCM)
- 4 Προσαρμοστική DPCM - ADPCM
- 5 Διαμόρφωση Δέλτα
- 6 Διαμόρφωση Σ-Δ
- 7 Περαιτέρω μελέτη
- 8 Επιπλέον βιβλιογραφία

Υλικό μελέτης

B.P. Lathi, Zhi Ding, "Σύγχρονες Αναλογικές και Ψηφιακές Επικοινωνίες"

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 (ενότητες 6.3, 6.4 και 6.8 εκτός ύλης)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

6

**Δειγματοληψία & μετατροπή
αναλογικού σε ψηφιακό**

Ερώτημα

Μπορεί το σήμα $g(t)$ να ανακατασκευαστεί από το σήμα $\bar{g}(t)$ χωρίς την παραμικρή απώλεια ή παραμόρφωση;

- Αν μπορούμε να ανακτήσουμε το αρχικό σήμα στο πεδίο του χρόνου, τότε θα μπορούμε να το ανακτήσουμε με ισοδύναμο τρόπο και στο πεδίο της συχνότητας, δηλαδή το $G(f)$ από το $\bar{G}(f)$.
- Η τέλεια ανακατασκευή του είναι δυνατή εάν δεν υπάρχει επικάλυψη ανάμεσα στα αντίγραφα του φάσματος $\bar{G}(f)$
- Αυτό είναι δυνατό αν ισχύει η συνθήκη $f_s > 2B$
- Το αρχικό σήμα μπορεί να ανακτηθεί αν διαβιβαστεί το σήμα $\bar{g}(t)$ μέσα από ένα ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο με εύρος ζώνης B Hz

Ανακατασκευή σήματος από ομοιόμορφα δείγματα

Για την ανακατασκευή του αρχικού σήματος από ομοιόμορφα δείγματα, θα παρουσιάσουμε δύο διαφορετικές περιπτώσεις:

- την **ιδανική ανακατασκευή**
- την **πρακτική ανακατασκευή** (παρεμβολή)

Η ανακατασκευή του αρχικού αναλογικού σήματος από τα ομοιόμορφα δείγματα γίνεται με απλή διάβαση από ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο με εύρος ζώνης B Hz και τιμή κέρδους T_s .

Η συνάρτηση μεταφοράς ενός τέτοιου φίλτρου ισούται με:

$$H(f) = T_s \Pi \left(\frac{f}{2B} \right)$$

Ιδανική ανακατασκευή

Για να πετύχουμε ιδανική ανακατασκευή του αρχικού αναλογικού σήματος από τα ομοιόμορφα δείγματα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το φίλτρο παρεμβολής με συνάρτηση μεταφοράς:

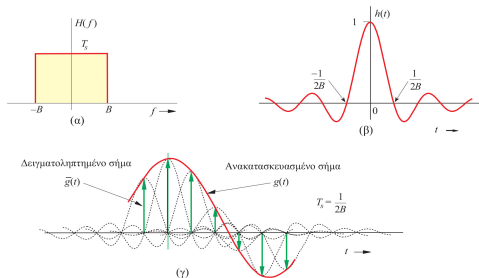
$$H(f) = T_s \Pi \left(\frac{f}{2B} \right)$$

Η κρουστική απόκριση του φίλτρου αυτού είναι:

$$h(t) = 2BT_s \text{sinc}(2\pi Bt)$$

Αν θεωρήσουμε ότι χρησιμοποιείται ρυθμός δειγματοληψίας Nyquist, τότε $2BT_s = 1$ και η κρουστική γίνεται:

$$h(t) = \text{sinc}(2\pi Bt)$$



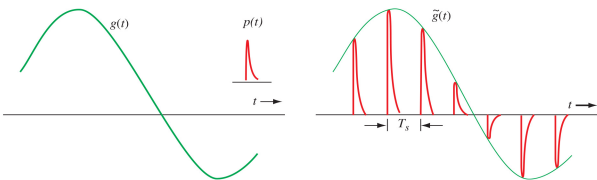
Σχήμα: Ιδανική Παρεμβολή

- Σε κάθε χρονική στιγμή Nyquist $t = \pm n/2B$, το $h(t) = 0$ εκτός από την στιγμή $t = 0$.
- όταν το δειγματοληπτημένο σήμα εφαρμόζεται στην είσοδο του φίλτρου, η έξοδος είναι ίση με το αρχικό σήμα $g(t)$
- κάθε δείγμα της $\bar{g}(t)$ σαν κρουστική συνάρτηση, δημιουργεί έναν παλμό sinc με το αντίστοιχο ύψος.
- η πρόσθεση όλων των παλμών sinc δημιουργεί το αρχικό σήμα.

$$g(t) = \sum_k g(kT_s)h(t-kT_s) = \sum_k g(kT_s)\text{sinc}[2\pi B(t-kT_s)] = \sum_k g(kT_s)\text{sinc}(2\pi Bt-k\pi)$$

Πρακτική ανακατασκευή σήματος

- το ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο είναι **μη αιτιατό και μη υλοποιήσιμο**
- αυτό δικαιολογείται από το γεγονός ότι ο παλμός ανακατασκευής *sinc* έχει **άπειρη διάρκεια**.
- για πρακτικές εφαρμογές πρέπει να χρησιμοποιήσουμε υλοποιήσιμο παλμό ανακατασκευής $p(t)$




Σχήμα: Πρακτικός παλμός ανακατασκευής

Το σήμα που προκύπτει από την ανακατασκευή χρησιμοποιώντας μη ιδανικό παλμό ανακατασκευής είναι το:

$$\tilde{g}(t) = \sum_n g(nT_s)p(t - nT_s) = p(t) * \sum_n [g(nT_s)\delta(t - nT_s)] = p(t) * \bar{g}(t)$$

Στο πεδίο συχνότητας η σχέση μεταξύ του αρχικού και ανακατασκευασμένου είναι:

$$\tilde{G}(f) = P(f) \frac{1}{T_s} \sum_n G(f - nf_s)$$

δηλαδή το ανακατασκευασμένο σήμα αποτελείται από πολλαπλά αντίγραφα του φάσματος $G(f)$, μετατοπισμένα στο κέντρο συχνότητας nf_s και φιλτραρισμένα από το φίλτρο $P(f)$. Αυτά τα φίλτρα ονομάζονται **ισοσταθμιστές** 

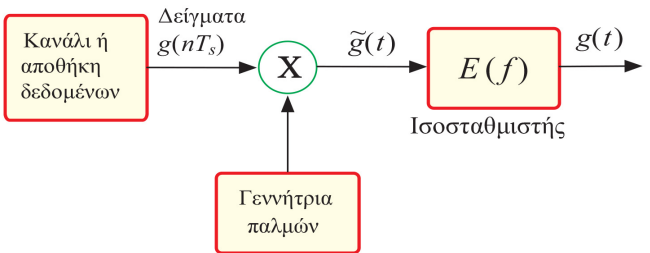
Έστω η συνάρτηση μεταφοράς του ισοσταθμιστή $E(f)$. Η ανακατασκευή απαιτεί να ισχύει:

$$G(f) = E(f)\tilde{G}(f) = E(f)P(f) \frac{1}{T_s} \sum_n G(f - nf_s)$$

Ο ισοσταθμιστής απομακρύνει όλα τα μετατοπισμένα αντίγραφα $G(f - nf_s)$ εκτός από τον χαμηλοπερατό όρο $n = 0$.

$$E(f)P(f) = \begin{cases} 0 & \text{για } |f| > f_s - B \\ T_s & \text{για } |f| < B \end{cases}$$

Το φίλτρο του ισοσταθμιστή θα πρέπει να είναι χαμηλοπερατό για να απομακρύνει όλο το συχνοτικό περιεχόμενο πάνω από συχνότητα $f_s - B$, και θα πρέπει να είναι ίσο με το **αντίστροφο** του $P(f)$ μέσα στο εύρος ζώνης των B Hz.



Σχήμα: Πρακτική ανακατασκευή σήματος

Αν θεωρήσουμε μια γεννήτρια παλμών παρεμβολής που δημιουργεί στενούς παλμούς μηδενικής τάξης, τότε:

$$p(t) = \Pi\left(\frac{t - 0.5T_p}{T_p}\right)$$

$$\tilde{g}(t) = \sum_n g(nT_s) \Pi\left(\frac{t - nT_s - 0.5T_p}{T_p}\right)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου $P(f)$, είναι ο μετασχηματισμός Fourier του σήματος $\Pi(t/T_p)$ μετατοπισμένο κατά $0.5T_p$:

$$P(f) = T_p \text{sinc}(\pi f T_p) e^{-j\pi f T_p}$$

$$E(f) = \begin{cases} T_s/P(f) & \text{για } |f| \leq B \\ \text{ευέλκτο} & \text{για } B < |f| < f_s - B \\ 0 & \text{για } |f| \geq f_s - B \end{cases}$$

Η απόκριση του ισοσταθμιστή είναι "υλοποιήσιμη" αν προσθέσουμε μια χρονική υστέρηση και να επιλέξουμε διάρκεια παλμών $T_p < 1/B$.

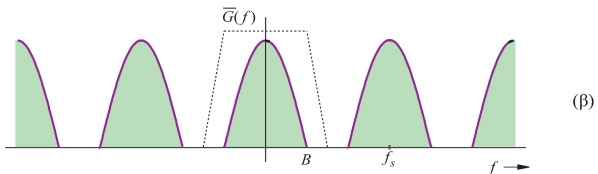
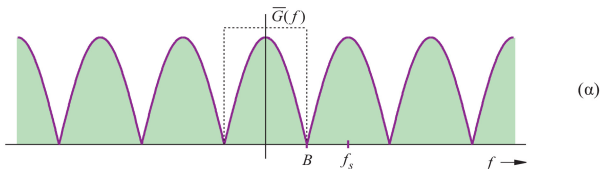
Για T_p πολύ μικρό, $E(f) \approx T_s/T_p$ για $|f| \leq B$.

Πρακτικά ζητήματα - Υλοποιησιμότητα των φίλτρων ανακατασκευής

- όταν κάνουμε δειγματοληψία με το ρυθμό Nyquist, το φάσμα $\tilde{G}(f)$ αποτελείται από επαναλήψεις του $G(f)$ χωρίς κανένα κενό ανάμεσα σε διαδοχικούς κύκλους.
- για να μπορέσουμε να ανακτήσουμε το αρχικό θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ιδανικό χαμηλοπερατό φίλτρο
- αυτό δεν είναι υλοποιήσιμο στην πράξη, χρειάζεται άπειρη υστέρηση στην απόκριση.
- για την λύση αυτού του προβλήματος, κάνουμε δειγματοληψία με ρυθμό μεγαλύτερο από τον Nyquist.
- οι επαναλήψεις τώρα έχουν μεγάλο διάκενο μεταξύ τους.
- το αρχικό σήμα μπορούμε να το ανακτήσουμε με φίλτρο του οποίου τα χαρακτηριστικά αποκοπής μεταβάλλονται σταδιακά.
- Όμως: πρέπει να έχει μηδενικό κέρδος μέσα στον πρώτο κύκλο φάσματος το οποίο είναι αδύνατο να υλοποιηθεί.
- το πλεονέκτημα είναι ότι μπορεί να προσεγγιστεί καλύτερα με μικρότερη χρονική υστέρηση

Συμπέρασμα

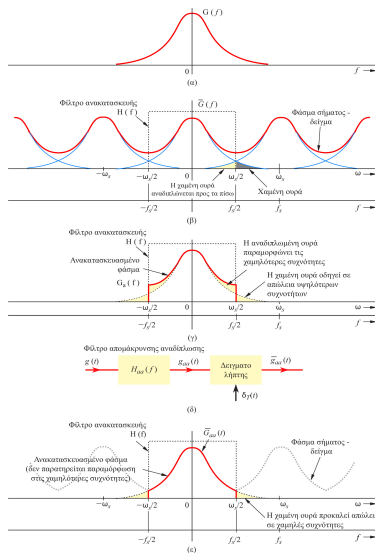
Στην πράξη είναι αδύνατο να ανακτήσουμε ακριβώς ένα σήμα περιορισμένου εύρους ζώνης $g(t)$ από τα δείγματα του, ακόμα και αν χρησιμοποιήσουμε ρυθμό δειγματοληψίας μεγαλύτερο από το Nyquist.



Σχήμα: Φάσμα δειγματοληπτημένου σήματος (α) με Nyquist ρυθμό (β) με ρυθμό μεγαλύτερο από Nyquist

Το πρόβλημα της αναδίπλωσης - alias

- Το θεώρημα δειγματοληψίας χρησιμοποιεί ως παραδοχή ότι το σήμα είναι **περιορισμένης ζώνης**.
- πρακτικά τα σήματα είναι όμως **περιορισμένα** ως προς τον χρόνο.
- ένα σήμα **δεν μπορεί να είναι ταυτόχρονα περιορισμένο** ως προς χρόνο ΚΑΙ συχνότητα.
- συνεπώς ένα πρακτικό σήμα που είναι πεπερασμένου χρόνου, δεν μπορεί να είναι περιορισμένου εύρους.



Σχήμα: Φάσμα δειγματοληπτημένου σήματος (α) με Nyquist ρυθμό (β) με ρυθμό μεγαλύτερο από Nyquist

- Το εύρος του σήματος του προηγούμενου σχήματος είναι άπειρο.
- το φάσμα του $\tilde{G}(f)$ αποτελείται από επικαλυπτόμενους κύκλους του φάσματος του $G(f)$ που επαναλαμβάνονται κάθε f_s Hz.
- Λόγω του άπειρου εύρους, έχουμε επικάλυψη φάσματος
- η δειγματοληψία μπορεί να ελαττώσει αλλά όχι να εξαλείψει τελείως την επικάλυψη
- λόγω των επικαλυπτόμενων ουρών το φάσμα του $\tilde{G}(f)$ δεν διαθέτει όλη την πληροφορία για το φάσμα του $G(f)$, συνεπώς δεν μπορούμε να ανακτήσουμε το αρχικό σήμα.
- εαν το δειγματοληπτημένο σήμα περάσει μέσα από ένα χαμηλοπερατό φίλτρο με συχνότητα αποκοπής $f_s/2$, η έξοδος του φίλτρου δεν είναι πλέον το φάσμα $G(f)$, αλλά ένα άλλο φάσμα $G_\alpha(f)$, που αποτελεί την παραμόρφωση του $G(f)$ εξαιτίας:
 - απώλειας ουράς του φάσματος για συχνότητες μεγαλύτερες $f_s/2$
 - επανεμφάνισης αυτής της ουράς (αντεστραμμένης) ή αναδιπλούμενης πάνω στο φάσμα

Τι συμβαίνει κατά την αναδίπλωση;

- Τα φάσματα διασταυρώνονται στην συχνότητα $f_s/2 = 1/2T$ Hz η οποία ονομάζεται **συχνότητα αναδίπλωσης**.
- Οι συχνότητες που είναι μεγαλύτερες από $f_s/2$, έστω η $f_s/2 + f_s$, εμφανίζεται ως μια συχνότητα $f_s/2 - f_s$ στο ανακατασκευασμένο σήμα.
- συχνότητες μεγαλύτερες από την $f_s/2$ εμφανίζονται ως συνιστώσες σε συχνότητες όμως μικρότερες από $f_s/2$
- το φαινόμενο αυτό καλείται **φασματική αναδίπλωση** και καταστρέφει την ακεραιότητα των συχνοτικών συνιστωσών κάτω από την συχνότητα αναδίπλωσης (σκιασμένη περιοχή σχήμα β και γ).
- στην αναδίπλωση, όχι μόνο χάνουμε όλες τις συνιστώσες μεγαλύτερες από τη συχνότητα αναδίπλωσης $f_s/2$, αλλά αυτές επανεμφανίζονται ως συνιστώσες χαμηλότερης συχνότητας
- το φαινόμενο αυτό καταστρέφει την ακεραιότητα των συχνοτικών συνιστωσών που βρίσκονται κάτω από τη συχνότητα αναδίπλωσης.
- Πως μπορεί να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα; Θα πρέπει να εξαλείψουμε αυτές τις συχνοτικές συνιστώσες που είναι μεγαλύτερες από $f_s/2$ από το $g(t)$ πριν την δειγματοληψία του σήματος.
- Πως μπορεί να γίνει αυτό; Χρησιμοποιώντας ένα χαμηλοπερατό φίλτρο με αποκοπή $f_s/2$ (φίλτρο αποφυγής αναδίπλωσης) πριν την δειγματοληψία (σχήμα δ).

Μέγιστος ρυθμός πληροφορίας

- Η γνώση του μέγιστου ρυθμού με τον οποίο η πληροφορία μπορεί να μεταδοθεί μέσα από ένα κανάλι με εύρος B είναι από τα πιο σημαντικά προβλήματα της ψηφιακής επικοινωνίας.
- Σε κανάλι χωρίς θόρυβο, σύμφωνα με το θεώρημα δειγματοληψίας ένα χαμηλοπερατό σήμα με εύρος ζώνης B ανακατασκευάζεται πλήρως από δείγματα με ελάχιστη συχνότητα $f_s = 2B$.
- Ισχύει και το αντίστροφο: Δείγματα που έχουν ληφθεί με ρυθμό $2B$ δείγματα το δευτερόλεπτο, προκύπτουν από χαμηλοπερατό σήμα με εύρος ζώνης B .

Συνεπώς ένα μέγιστο σύνολο μεγέθους $2B$ ανεξαρτήτων τμημάτων πληροφορίας, μπορούν να μεταδοθούν ανά δευτερόλεπτο χωρίς σφάλματα μέσα από ένα κανάλι χωρίς θόρυβο με εύρος ζώνης B .

Ανάλυση μη ιδανικής πρακτικής δειγματοληψίας

- Μέχρι τώρα παρουσιάσαμε την ιδανική δειγματοληψία η οποία πραγματοποιείται με την χρήση ενός τρένου ιδανικών κρουστικών για την εξαγωγή της κάθε μιας τιμής του σήματος $g(kT_s)$.
- Στην πράξη δεν υπάρχουν φυσικές διατάξεις που να μπορούν να πραγματοποιήσουν κάτι τέτοιο.
- Θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε πρακτικές διατάξεις, να τις μελετήσουμε και να τις αναλύσουμε για να κατανοήσουμε τα σφάλματα που προκύπτουν κατά τις μετατροπές και των επιπτώσεων τους στην ανακατασκευή του σήματος.

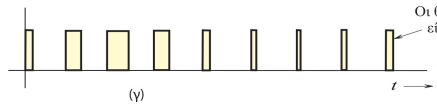
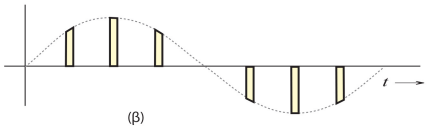
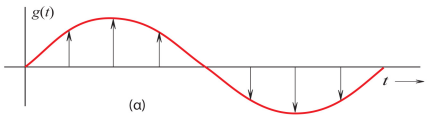
Η πρακτική διάταξη

- Οι πρακτικές διατάξεις δειγματοληψίας καταγράφουν κάθε δείγμα όχι ακαριαία, αλλά μέσα σε ένα μικρό χρονικό διάστημα T_p γύρω από την χρονική στιγμή $t = kT_s$.
- Συνεπώς δεν καταγράφεται μία και μόνο τιμή, αλλά ένα πλήθος τιμών μέσα στο διάστημα αυτό.
- η τιμή που θα δημιουργηθεί τελικά, προκύπτει από τον μέσο όρο των τιμών του σήματος μέσα στο διάστημα αυτό.

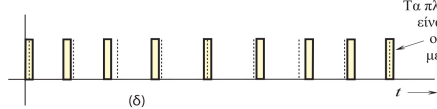
Εφαρμογές του θεωρήματος δειγματοληψίας

- Με την δειγματοληψία έχουμε μετατρέψει ένα συνεχές σήμα, σε ψηφιακό.
- πλέον για την μετάδοση του, το μόνο που αρκεί είναι να μεταδώσουμε μια ακολουθία αριθμών.
- μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις τιμές του δείγματος για να μεταβάλουμε χαρακτηριστικά / παραμέτρους του περιοδικού συρμού παλμών.
- μπορούμε να μεταβάλουμε τα πλάτη, τα εύρη ή τις θέσεις των παλμών κατ' αναλογία με τις τιμές των δειγμάτων του $g(t)$ και προκύπτουν έτσι οι διαμορφώσεις PAM, PWM, PPM
- Η πιο σημαντική είναι η **PCM (pulse code modulation)** στην οποία αντί να διαβιβάσουμε το σήμα $g(t)$, διαβιβάζουμε το διαμορφωμένο σήμα.

- Πλάτους (PAM - Pulse Amplitude Modulation)
- Εύρους παλμού (PWM - Pulse Width Modulation)
- Θέσης (PPM - Pulse Position Modulation)



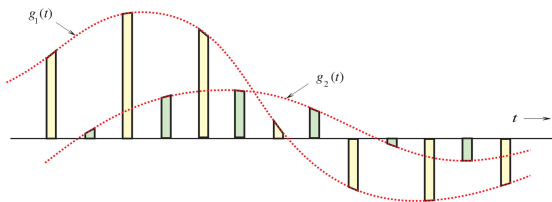
Οι θέσεις των παλμών
είναι οι ίδιες αλλά
τα πλάτη τους
μεταβάλλονται



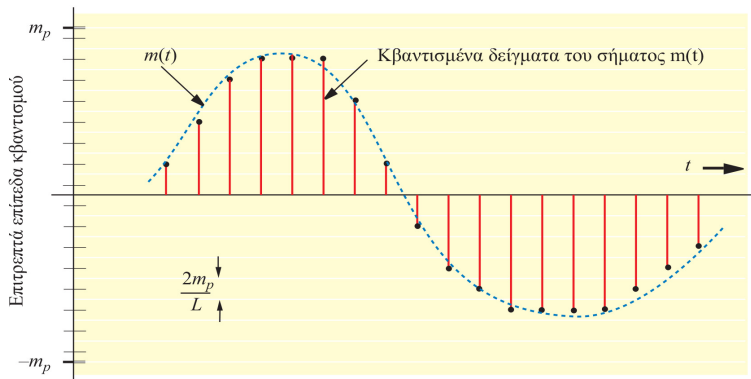
Τα πλάτη των παλμών
είναι τα ίδια αλλά
οι θέσεις τους
μεταβάλλονται

Σχήμα: (α) αρχικό σήμα (β) σήμα PAM (γ) σήμα PWM (δ) σήμα PPM

- σημαντικό πλεονέκτημα διαμορφώσεων παλμών είναι ο καταμερισμός χρόνου με την μετάδοση ταυτόχρονα πολλαπλών σημάτων. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται **Time Division Multiplexing (TDM)**.
- με ανάλογο στόχο μπορούμε να εκμεταλευτούμε διαμοιρασμό του εύρους του καναλιού για την ταυτόχρονη μετάδοση πολλών σημάτων. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται **Frequency Division Multiplexing (FDM)**



















Σχήμα: Πολυπλεξία διαίρεσης χρόνου



Σχήμα: Κβαντισμός δειγματοληπτημένου σήματος

- από το προηγούμενο σχήμα παρατηρούμε ότι το κάθε δείγμα προσεγγίζεται από κάποιον από L αριθμούς (τα κβαντισμένα δείγματα λαμβάνουν οποιαδήποτε από L τιμές).
- αυτό το σήμα ονομάζεται L -αδικό ψηφιακό σήμα.
- επιθυμητό είναι ένα δυαδικό ψηφιακό σήμα (παίρνει δύο διαφορετικές τιμές)
- οποιοδήποτε L -αδικό σήμα μπορεί να μετατραπεί σε δυαδικό χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση παλμών.

Προκειμένου να μεταδώσουμε τα δυαδικά δεδομένα, θα πρέπει να εκχωρήσουμε ένα σχήμα διακριτού παλμού στο κάθε ένα από τα δύο bits. Συνήθως εκχωρούμε έναν αρνητικό παλμό στο 0 και έναν θετικό παλμό στο 1.

| Ψηφίο | Ψηφιακό ισοδύναμο | Κυματομορφή παλμοκώδικα |
|-------|----------------------|---|
| 0 | 0000 |  |
| 1 | 0001 |  |
| 2 | 0010 |  |
| 3 | 0011 |  |
| 4 | 0100 |  |
| 5 | 0101 |  |
| 6 | 0110 |  |
| 7 | 0111 |  |
| 8 | 1000 |  |
| 9 | 1001 |  |
| 10 | 1010 |  |
| 11 | 1011 |  |
| 12 | 1100 |  |
| 13 | 1101 |  |
| 14 | 1110 |  |
| 15 | 1111 |  |

Πλεονεκτήματα ψηφιακής επικοινωνίας

- μπορεί να αντέξει τον θόρυβο καλύτερα από την αναλογική, αρκεί να είναι εντός κατάλληλων ορίων
- παρουσιάζει την βιωσιμότητα των αναγεννητικών επαναληπτών. Στην αναλογική μετάδοση το σήμα καθίσταται όλο και πιο ασθενές κατά μήκος του καναλιού, ενώ ο θόρυβος και η παραμόρφωση όλο και πιο έντονα. Η ενίσχυση δεν μπορεί να το λύσει καθώς ενισχύει και τον θόρυβο. Συνεπώς η απόσταση μετάδοσης ενός αναλογικού περιορίζεται από την αρχική μετάδοση ισχύος.
- στις ψηφιακές επικοινωνίες χρησιμοποιούμε σταθμούς επαναληπτών σε μικρές αποστάσεις. Ανιχνεύουμε τους παλμούς πριν ο θόρυβος και οι παραμορφώσεις τους επιρρεάσουν, και το αναμεταδίδουμε καθαρό.
- ευέλικτη υλοποίηση με χρήση μικροεπεξεργαστών, ψηφιακών διακοπών και ολοκληρωμένων κυκλωμάτων μεγάλης κλίμακας (VLSI)
- μπορούν να κωδικοποιηθούν για να δώσουν υψηλή αξιοπιστία, μικρούς ρυθμούς σφάλματος και μυστικότητα πληροφορίας

Πλεονεκτήματα ψηφιακής επικοινωνίας (2)

- πιο εύκολη και αποδοτικότερη πολυπλεξία
- πιο αποδοτική στον λόγο σήματος προς θόρυβο με εύρος ζώνης.
- φθηνότερη και ευκολότερη αποθήκευση ψηφιακών σημάτων - εύκολη αναζήτηση και ανάκτηση πληροφορίας
- αναπαραγωγή για μεγάλο χρόνο χωρίς υποβάθμιση ποιότητας
- το κόστος ψηφιακού εξοπλισμού υποδιπλασιάζεται κάθε 2 – 3 χρόνια - η απόδοση και χωρητικότητα διπλασιάζεται

Κβαντισμός

- Θα γίνει μια παρουσίαση της PCM και των πτυχών της, όπως ο κβαντισμός, η κωδικοποίηση, ο συγχρονισμός, το απαιτούμενο εύρος ζώνης, ο λόγος σήματος προς θόρυβο
- Το πλάτος του σήματος $m(t)$ περιορίζεται σε μια περιοχή τιμών $(-m_p, m_p)$.
- **Προσοχή!** Το m_p δεν είναι υποχρεωτικά το πλάτος της κορυφής του σήματος $m(t)$
- Όλα τα πλάτη του σήματος $m(t)$ που βρίσκονται εκτός των ορίων αποκόπτονται.
- η περιοχή πλάτους υποδιαιρείται σε L ομοιόμορφα διαστήματα με εύρος

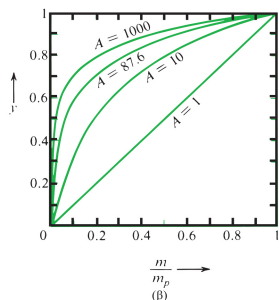
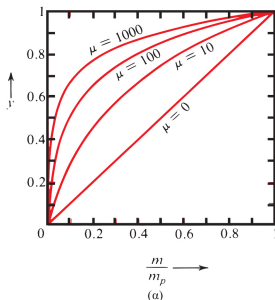
$$\Delta v = 2m_p/L$$

- τα κβαντισμένα δείγματα κωδικοποιούνται και μεταδίδονται ως δυαδικοί παλμοί.
- στο ένα άκρο του δέκτη κάποιοι παλμοί μπορεί να μην ανιχνευτούν σωστά. Τα σφάλματα είναι δύο κατηγοριών:
 - σφάλμα κβαντισμού
 - σφάλμα ανίχνευσης παλμών
- το σφάλμα ανίχνευσης παλμών είναι πολύ μικρότερο από το σφάλμα κβαντισμού και δεν θα μας απασχολήσει.
- το σφάλμα στο ληφθέν σήμα προέρχεται εξ ολοκλήρου από τον κβαντισμό



Μη ομοιόμορφος κβαντισμός

- Ο λόγος σήματος προς θόρυβο είναι ανάλογος της ισχύος του μηνύματος το οποίο όμως μεταβάλλεται (για παράδειγμα από ομιλητή σε ομιλητή ή μεταξύ διαφορετικών μεταδόσεων του ίδιου ομιλητή).
- για την καλύτερη εκμετάλευση του διαφορετικού SNR, χρησιμοποιούμε μη ομοιόμορφους κβαντιστές αντί για ομοιόμορφους με βήμα $\Delta v = 2m_p/L$
- αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας μικρότερα βήματα για μικρότερα πλάτη (μη ομοιόμορφος).
- το ίδιο προκύπτει αν συμπιέσουμε πρώτα τα δείγματα του συστήματος και μετά χρησιμοποιήσουμε ομοιόμορφο κβαντιστή.



- υπάρχουν δύο βασικοί νόμοι συμπίεσης:
 - ο νόμος μ που χρησιμοποιείται στην Βόρεια Αμερική και Ιαπωνία
 - ο νόμος A που χρησιμοποιείται στην Ευρώπη και τον υπόλοιπο κόσμο.

Νόμος μ-law:

$$y = y_{\max} \frac{\ln[1 + \mu(|x|/x_{\max})]}{\ln(1 + \mu)} \operatorname{sgn}(x)$$

όπου

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & \text{για } x \geq 0 \\ -1 & \text{για } x < 0 \end{cases}$$

μ θετική σταθερά, x και y τάσεις εισόδου και εξόδου με x_{\max} , y_{\max} οι μέγιστες τιμές αντίστοιχα. Χρησιμοποιείται στην Βόρειο Αμερική, Καναδά και Ιαπωνία με $\mu = 255$.

Νόμος A-law:

$$y = \begin{cases} y_{\max} \frac{A(|x/x_{\max})}{1 + \ln(A)} \operatorname{sgn}(x) & \text{για } 0 < \frac{|x|}{x_{\max}} \leq \frac{1}{A} \\ y_{\max} \frac{1 + A(|x/x_{\max})}{1 + \ln(A)} \operatorname{sgn}(x) & \text{για } \frac{1}{A} < \frac{x}{|x|_{\max}} < 1 \end{cases}$$

Το standard στην Ευρώπη και τον υπόλοιπο κόσμο με $A = 87.6$. Κοιτάξτε

<http://www.itu.int/rec/T-REC-G.711>

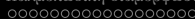
Εύρος ζώνης και ο λόγος SNR στην έξοδο

- Για ένα δυαδικό PCM εκχωρούμε μια ομάδα n bits σε κάθε ένα από τα L επίπεδα κβαντισμού.

$$L = 2^n \quad \text{ή} \quad n = \log_2 L$$

- το κάθε κβαντισμένο δείγμα κωδικοποιείται με n bits
- επειδή το σήμα $m(t)$ που περιορίζεται ως προς το εύρος ζώνης του από τα B Hz, απαιτεί κατ' ελάχιστο $2B$ δείγματα ανά δευτερόλεπτο, θα χρειαστούν $2nB$ bits/s
- επειδή ένα μοναδιαίο εύρος ζώνης 1Hz μπορεί να μεταδώσει ένα μέγιστο ίσο με δύο πληροφορίες ανά δευτερόλεπτο, απαιτούμε ένα τετράκιτο ελάχιστο κανάλι με εύρος ζώνης B_T Hz ορίζεται ως

$$B_T = nB \text{ Hz}$$



Διαφορική Παλμοκωδική Διαμόρφωση (DPCM)

- Η PCM δεν είναι πολύ αποδοτική καθώς δημιουργεί μεγάλο αριθμό από bits και απαιτεί μεγάλο εύρος ζώνης.
- Για να ξεπεραστούν τα προβλήματα αυτά, έχουν προταθεί διάφορες άλλες μέθοδοι (DPCM, ADPCM, Delta κα)
- **Ιδέα:** Μπορούμε να εκμεταλευτούμε το γεγονός ότι μπορούμε να προβλέψουμε την τιμή ενός δείγματος στηριζόμενοι στις τιμές των παρελθοντικών δειγμάτων. Αυτό προϋποθέτει ότι τα δείγματα δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους, συνεπώς έχουμε πλεονασμό.
- Αντί να μεταδώσουμε την τιμή ενός δείγματος, μεταδίδουμε την διαφορά ανάμεσα σε δύο διαδοχικές τιμές δειγμάτων

$$d[k] = m[k] - m[k - 1]$$

- Στην πλευρά του δέκτη, γνωρίζοντας το $d[k]$ και το προηγούμενο δείγμα $m[k - 1]$, μπορούμε να ανακατασκευάσουμε το τρέχον δείγμα $m[k]$.



- Η διαφορά ανάμεσα στα διαδοχικά δείγματα είναι πολύ μικρότερη από τις τιμές των δειγμάτων. Έτσι το πλάτος της κορυφής m_p μειώνεται σε σημαντικό βαθμό.
- Η διαδικασία αυτή ελαττώνει το διάστημα κβαντισμού γιατί $\Delta v = m_p/L$, συνεπώς για δεδομένο L , το διάστημα μειώνεται και ταυτόχρονα και ο θόρυβος κβαντισμού ο οποίος είναι ίσος με $\Delta v^2/12$.
- Συνεπώς με την μέθοδο αυτή μπορούμε για δεδομένο εύρος ή αριθμό bits, να αυξήσουμε το SNR, ή για δεδομένη τιμή του SNR, να μειώσουμε το n ή το εύρος του καναλιού

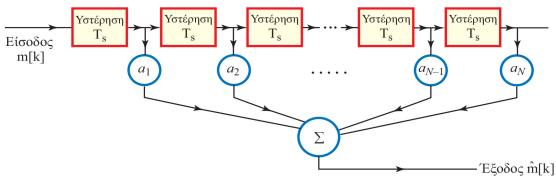
- Η παραπάνω τεχνική μπορεί να βελτιωθεί περισσότερο αν αντί να χρησιμοποιούμε μόνο το προηγούμενο δείγμα για την πρόβλεψη του επόμενου (μέσω της διαφοράς τους), χρησιμοποιήσουμε αρκετά δείγματα σε προηγούμενες χρονικές στιγμές για να προβλέψουμε το τρέχον.
- Κατόπιν μπορούμε να κωδικοποιήσουμε την διαφορά της πρόβλεψης από την τρέχουσα (σφάλμα πρόβλεψης) ως $d[k] = m[k] - \hat{m}[k]$.
- Στην θέση του δέκτη, εκτιμούμε την πρόβλεψη από όλα τα προηγούμενα δείγματα και στη συνέχεια δημιουργούμε το $m[k]$ προσθέτοντας την τιμή $d[k]$ στην εκτίμηση $\hat{m}[k]$.
- Αν η πρόβλεψη που κάνουμε είναι καλή, τότε η διαφορά της εκτιμώμενης από την πραγματική τιμή του δείγματος θα είναι ακόμα πιο μικρή.
- Το σχήμα αυτό που καλείται DPCM είναι πιο αποδοτικό σε σχέση με την απλοϊκή πρόβλεψη που χρησιμοποιεί μόνο το προηγούμενο δείγμα.

Πρόβλεψη τιμών

- Η πρόβλεψη επόμενων τιμών μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας προηγούμενες, μέσω της εξίσωσης του συστήματος πρόβλεψης του σχήματος.

$$\hat{m}[k] = \alpha_1 m[k-1] + \alpha_2 m[k-2] + \dots + \alpha_N m[k-N]$$

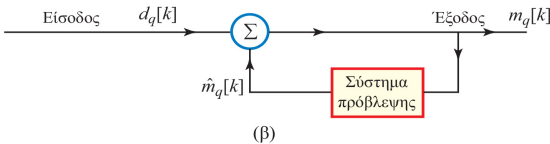
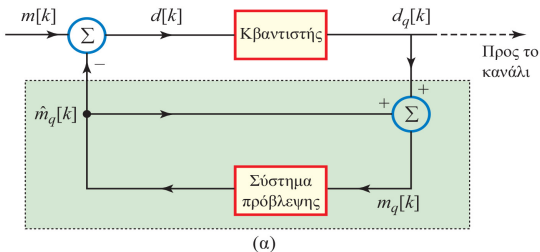
- Για μεγάλες τιμές του N μπορούμε να πετύχουμε καλύτερες προβλέψεις



Ανάλυση της DPCM

- Στην πλευρά του δέκτη, χρησιμοποιούμε την τιμή της διαφοράς ανάμεσα στο σήμα και την πρόβλεψή του $d[k]$ καθώς και τις προηγούμενες τιμές των δειγμάτων για να υπολογίσουμε την τρέχουσα τιμή του δείγματος (με πρόσθεση).
- Υπάρχει όμως ένα πρόβλημα: Στον δέκτη, αντί για τις τιμές των προηγούμενων δειγμάτων, έχουμε τις κβαντισμένες τιμές των προηγούμενων δειγμάτων και της διαφοράς $m_q[k-1], m_q[k-2], \dots, d_q[k]$, συνεπώς δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή $\hat{m}[k]$
- το μόνο που μπορούμε να υπολογίσουμε είναι την κβαντισμένη τιμή $\hat{m}_q[k]$. Αυτό αυξάνει την τιμή του σφάλματος στην ανακατασκευή.
- η καλύτερη εκτίμηση είναι να προσδιορίσουμε την τιμή του $\hat{m}_q[k]$ δηλαδή του $m_q[k]$ αντί για το $m[k]$ στην θέση του πομπού χρησιμοποιώντας τα κβαντισμένα δείγματα $m_q[k-1], m_q[k-2], \dots$
- Ο πομπός θα μεταδώσει την διαφορά $d[k] = m[k] - \hat{m}_q[k]$ μέσω της PCM μεθόδου.
- Στη θέση του δέκτη, δημιουργούμε το $\hat{m}_q[k]$ και από την ληφθείσα τιμή του $d[k]$ να ανακατασκευάσουμε το $m_q[k]$

Διάγραμμα πομπού - δέκτη στην DPCM



- Στην είσοδο του συστήματος πρόβλεψης έχουμε το $m_q[k]$ (κβαντισμένη τιμή του σήματος $m[k]$)
- Στην έξοδο του συστήματος πρόβλεψης έχουμε την προβλεπόμενη τιμή $\hat{m}_q[k]$
- η διαφορά $d[k] = m[k] - \hat{m}_q[k]$ της πραγματικής με την προβλεπόμενη τιμή κβαντίζεται και γίνεται ίση με

$$d_q[k] = d[k] + q[k]$$

όπου το $q[k]$ είναι το σφάλμα κβαντισμού

- η είσοδος στο σύστημα πρόβλεψης είναι

$$m_q[k] = \hat{m}_q[k] + d_q[k] = m[k] - d[k] + d_q[k] = m[k] + q[k]$$

Συνεπώς η είσοδος στο σύστημα πρόβλεψης είναι πραγματικά η κβαντισμένη έκδοση του $m[k]$.

- ο δέκτης είναι ίδιος με το σκιασμένο τμήμα του πομπού και η είσοδος του είναι το $d_q[k]$. Η έξοδος του δέκτη θα είναι ίση με το $m_q[k] = m[k] + q[k]$.
- Συνεπώς αυτό που φτάνει στον δέκτη είναι το επιθυμητό σήμα $m[k]$ μαζί με τον θόρυβο κβαντισμού $q[k]$. Ο θόρυβος αυτός σχετίζεται με το $d[k]$ το οποίο είναι πολύ μικρότερο από το $m[k]$.
- Τέλος για την μετατροπή σε αναλογικό σήμα πάλι στον δέκτη, τα δείγματα του $m_q[k]$ περνάνε μέσα από ένα κατωδιαβατό φίλτρο.

Βελτίωση του SNR

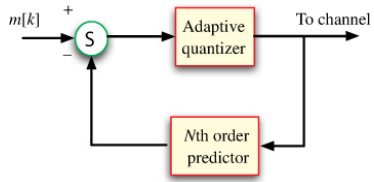
- Μπορούμε να υπολογίσουμε την βελτίωση του SNR της μεθόδου DPCM σε σύγκριση με την PCM. Αν θεωρήσουμε m_p και d_p τα πλάτη των κορυφών των σημάτων $m(t)$ και $d(t)$, για ίδια τιμή του L , το βήμα κβαντισμού στην περίπτωση της DPCM μειώνεται κατά $(m_p/d_p)^2$, ενώ ο λόγος SNR αυξάνεται κατά τον ίδιο παράγοντα.
- Η βελτίωση του SNR είναι ίση με

$$G_p = \frac{P_m}{P_d}$$

με P_m και P_d τις τιμές ισχύος των σημάτων $m(t)$ και $d(t)$.

Πρακτικές εφαρμογές:

το πρότυπο G.726 της ITU-T ορίζει κωδικοποιητή και αποκωδικοποιητή φωνής τύπου ADPCM για φωνητικά δείγματα 8KHz. Χρησιμοποιεί σύστημα πρόβλεψης όγδοης τάξης. Ορίζει διαφορετικούς ρυθμούς ADPCM: 16, 24, 32, 40kbit/s. Οι ρυθμοί αυτοί αντιστοιχούν σε διαφορετικά μεγέθη bit: 2, 3, 4, 5bits αντίστοιχα, ή 4, 8, 16, 32, επίπεδα κβαντισμού.



Σχήμα: Κωδικοποιητής ADPCM με προσαρμοστικό κβαντιστή

Διαμόρφωση Δέλτα

- Η συσχέτιση των δειγμάτων που χρησιμοποιείται στην PCM, χρησιμοποιείται και στην διαμόρφωση Δέλτα.
- Στην περίπτωση αυτή εφαρμόζεται υπερδειγματοληψία του σήματος βασικής ζώνης με συχνότητα 4 φορές μεγαλύτερη από την συχνότητα Nyquist. Αυτό αυξάνει την συσχέτιση μεταξύ των δειγμάτων, και μειώνει το σφάλμα πρόβλεψης.
- Η κωδικοποίηση του σφάλματος πρόβλεψης γίνεται σε αυτή την περίπτωση με 1 bit ($L = 2$).
- Στην πράξη η τεχνική αυτή είναι ίδια με την DPCM, αλλά 1 bit ή 2 επιπέδων κβαντισμού της διαφοράς $m[k] - \hat{m}[k]$
- Είναι απλή και φθηνή στην υλοποίηση, και δεν απαιτεί πλαισιοποίηση λέξεων στον πομπό και τον δέκτη.

για το σύστημα διαμόρφωσης Δέλτα ισχύει ότι

$$m_q[k] = m_q[k - 1] + d_q[k]$$

ομοίως και

$$m_q[k - 1] = m_q[k - 2] + d_q[k - 1]$$

τα οποία με απλή αντικατάσταση δίνουν

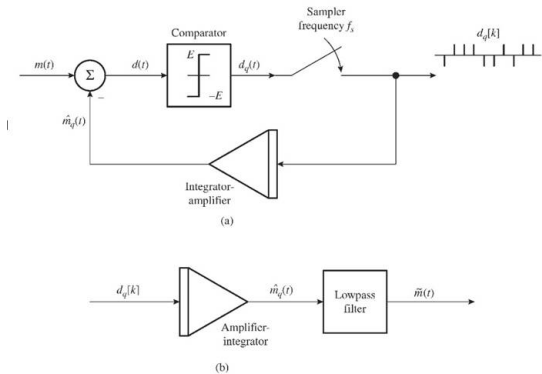
$$m_q[k] = m_q[k - 2] + d_q[k] + d_q[k - 1]$$

και τελικά

$$m_q[k] = \sum_{m=0}^k d_q[m]$$

το οποίο δείχνει ότι ο δέκτης είναι ένας απλός **αθροιστής**.

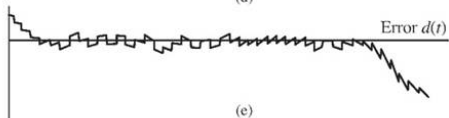
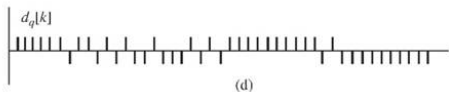
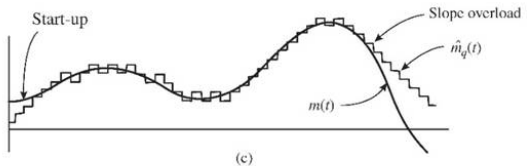
Μια πρακτική υλοποίηση του διαμορφωτή Δέλτα



Σχήμα: Πρακτική Υλοποίηση της (α) διαμορφωτή Δέλτα (β) αποδιαμορφωτή

Λειτουργία διαμορφωτή Δέλτα

- το αναλογικό σήμα $m(t)$ συγκρίνεται με το σήμα της ανάδρασης που προέρχεται από το προβλέψιμο σήμα $\hat{m}_q(t)$.
- το σήμα του σφάλματος $d(t) = m(t) - \hat{m}_q(t)$ εφαρμόζεται στο κύκλωμα σύγκρισης. Αν η τιμή της εξόδου είναι θετική, η έξοδος είναι ένας σταθερό σήμα πλάτους E , αν είναι αρνητική, η έξοδος είναι ένα σταθερό σήμα πλάτους $-E$. Οι δύο αυτές καταστάσεις χρειάζονται $L = 2$ στάθμες και 1 bit για την κωδικοποίηση.
- η έξοδος περνάει από δειγματοληψία με μεγάλο ρυθμό δειγματοληψίας και δημιουργούν έναν συρμό παλμών βραχείας διάρκειας $d_k[m]$: θετικό όταν $m(t) > \hat{m}_q(t)$ και αρνητικό όταν $m(t) < \hat{m}_q(t)$
- το διαμορφωμένο σήμα $d_q[k]$ περνάει από έναν ολοκληρωτή / ενισχυτή και δημιουργεί το σήμα $\hat{m}_q[k]$ το οποίο προσπαθεί να ακολουθήσει το αρχικό αναλογικό σήμα $m(t)$
- κάθε παλμός του συρμού στον ολοκληρωτή, δημιουργεί μια βηματική συνάρτηση (θετική ή αρνητική) στο $\hat{m}(t)$. Το αποτέλεσμα είναι η δημιουργία μιας κλιμακωτής προσέγγισης του σήματος $m(t)$.
- η ίδια διαδικασία συμβαίνει και στον δέκτη με την προσθήκη ενός χαμηλοπερατού φίλτρου για την εξομάλυνση των κλιμακώσεων του $\hat{m}_q(t)$ για να προκύψει το τελικό $\tilde{m}(t)$



Σχήμα: (γ) το σήμα του μηνύματος με το σήμα εξόδου του ολοκληρωτή (δ) συρμοί παλμών μετά την διαμόρφωση Δέλτα (ε) σφάλμα διαμόρφωσης

- στην μέθοδο PCM τα δείγματα του αναλογικού σήματος υφίστανται κβαντισμό σε L επίπεδα και η πληροφορία μεταδίδεται με την βοήθεια n παλμών το δευτερόλεπτο.
- στην διαμόρφωση Δέλτα, το διαμορφωμένο σήμα μεταφέρει πληροφορία όχι για τα δείγματα, αλλά για τη διαφορά διαδοχικών δειγμάτων.
- αν η διαφορά είναι θετική, προκαλεί έναν θετικό παλμό. Αν είναι αρνητική, δημιουργείται αρνητικός παλμός
- συνεπώς μπορούμε να πούμε ότι η Δέλτα μεταφέρει πληροφορία για την παράγωγο του σήματος
- στην PCM η πληροφορία του κβαντισμένου δείγματος μεταφέρεται από κωδικολέξη των n bits, στην Δέλτα η πληροφορία της διαφοράς ανάμεσα σε δύο δείγματα, από κωδικολέξη του 1 bit.

- παρατηρώντας το αρχικό σήμα και το κβαντισμένο, βλέπουμε ότι στις περιοχές που το αρχικό σήμα δεν μεταβάλλεται γρήγορα, το κβαντισμένο μπορεί και ακολουθεί σχετικά καλά. Στις περιοχές όμως που το σήμα μεταβάλλεται απότομα, το $\hat{m}_q(t)$ δεν μπορεί να ακολουθήσει το $m(t)$ και προκαλείται **υπερφόρτωση**.
- η υπερφόρτωση προκαλεί θόρυβο υπερφόρτωσης κλίσης που είναι ένας από τους πιο σημαντικούς περιοριστικούς παράγοντες στην απόδοση της DM.
- η μορφή που έχει η έξοδος του διαμορφωτή, έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση κοκκώδους θορύβου που είναι παρόμοιος με τον θόρυβο κβαντισμού.
- μπορούμε να μειώσουμε τον θόρυβο υπερφόρτωσης, αν αυξήσουμε το βήμα μεταβολής . Όμως αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα να αυξηθεί ο κοκκώδης θόρυβος στην έξοδο.
- υπάρχει μια βέλτιστη τιμή του E η οποία εξαρτάται από την συχνότητα δειγματοληψίας και τη φύση του συστήματος.

- Πότε προκύπτει υπερφόρτωση; Όταν το $\hat{m}(t)$ δεν μπορεί να ακολουθήσει το $m(t)$.
- η μέγιστη κλίση που μπορεί να ακολουθήσει το $\hat{m}(t)$ είναι ίση με E/T_s ή Ef_s .
- συνεπώς όσο ισχύει η $|\dot{m}(t)| < Ef_s$ δεν προκαλείται καμία επιβάρυνση στο σύστημα.
- **Παράδειγμα:** Έστω ότι έχουμε ένα σήμα ημιτονοειδές $m(t) = A\cos\omega t$. Για να μην έχουμε εμφάνιση επιβάρυνσης θα πρέπει $|\dot{m}(t)| = \omega A < Ef_s$. Δηλαδή θα πρέπει το μέγιστο πλάτος του σήματος αυτού που μπορεί να γίνει ανεκτό χωρίς επιβάρυνση να είναι:

$$A_{max} = \frac{Ef_s}{\omega}$$

Διαμόρφωση Σ - Δ

- Παρουσιάστηκε ότι η ουσία της DM είναι η κωδικοποίηση και η μετάδοση της παραγώγου του αναλογικού σήματος του μηνύματος.
- Συνεπώς ο δέκτης απαιτεί την παρουσία ενός ολοκληρωτή. Το πρόβλημα όμως που προκύπτει είναι ότι λόγω θορύβου του καναλιού, ο ολοκληρωτής ολοκληρώνει εκτός από σήμα και τον θόρυβο και αυτός συσσωρεύεται στην έξοδο του δέκτη κάτι το οποίο είναι ανεπιθύμητο.

Πλεονεκτήματα

- ο θόρυβος του καναλιού δεν συσσωρεύεται πλέον στον αποδιαμορφωτή
- πραγματοποιείται προέμφαση του χαμηλού περιεχομένου του σήματος $m(t)$ από τον ολοκληρωτή. Αυτό βοηθά μερικές κατηγορίες σημάτων (φωνή) στα οποία το σημαντικό περιεχόμενο βρίσκεται στις χαμηλές τους συχνότητες.
- ο ολοκληρωτής εξομαλύνει το σήμα για κωδικοποίηση, άρα έχουμε λιγότερες πιθανότητες για εμφάνιση υπερφόρτωσης
- η χαμηλοπερατή φύση του ολοκληρωτή αυξάνει τη συσχέτιση ανάμεσα σε διαδοχικά δείγματα και έτσι οδηγεί σε μικρότερο σφάλμα κωδικοποίησης.
- έχουμε πιο απλή αποδιαμόρφωση.

Προσαρμοστική διαμόρφωση δέλτα (ADM)

- Βασικό μειονέκτημα της DM είναι η μικρή δυναμική περιοχή των πλατών λόγω επιδράσεων του κατωφλίου και της υπερφόρτωσης.
- για να λυθεί το πρόβλημα, θα πρέπει με κάποιο τρόπο να συμπιέσουμε το σήμα.
- μια λύση είναι να προσαρμόσουμε το βήμα E σύμφωνα με το επίπεδο της παραγωγού του σήματος εισόδου.
- γνωρίζουμε ότι όταν το σήμα μειώνεται με ταχύτατο ρυθμό, παρουσιάζεται υπερφόρτωση κλίσης. Αν μπορούσαμε να αυξήσουμε το μέγεθος του E σε αυτή τη χρονική διάρκεια, αυτή η υπερφόρτωση θα μπορούσε να αποφευχθεί.

Προσαρμοστική διαμόρφωση δέλτα (ADM)

- από την άλλη, αν η κλίση είναι μικρή, αν μειώσουμε το βήμα μεταβολής E θα μειωθεί και το επίπεδο του κατωφλίου και μαζί και ο κοκκώδης θόρυβος.
- Παρατηρώντας το σήμα $d_q[k]$, αν δούμε συνεχόμενους διαδοχικούς παλμούς ίδιας πολικότητας, συμπεραίνουμε ότι έχουμε υπερφόρτωση κλίσης και πρέπει να αυξήσουμε το βήμα μεταβολής.
- αν παρατηρούμε παλμούς στο σήμα $d_q[k]$ που εναλλάσσονται συνεχώς, καταλαβαίνουμε ότι έχουμε μικρές μεταβολές του πλάτους και θα πρέπει να μειώσουμε το βήμα μεταβολής.
- Αυτό ακριβώς κάνει η ADM: ανιχνεύει τέτοιες συμπεριφορές (πρότυπα παλμών) και προσαρμόζει αντίστοιχα το βήμα μεταβολής, επιτυγχάνοντας μεγαλύτερη δυναμική περιοχή.

Περαιτέρω μελέτη

- Μπορείτε να πειραματιστείτε με τις διαφορετικές τεχνικές που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο αυτό, δοκιμάζοντας τα προγράμματα σε MATLAB που βρίσκονται στην ενότητα 6.9
- Στο επόμενο μάθημα, θα πραγματοποιηθεί επίλυση ασκήσεων
- Θα μπορούσαν να τροποποιηθούν τα προγράμματα αυτά ώστε να μπορούν να τρέξουν σε περιβάλλον octave;
- Θα μπορούσαν να τροποποιηθούν τα προγράμματα αυτά σε γλώσσα προγραμματισμού Python;

Επιπλέον Βιβλιογραφία

Εκτός από το σύγγραμμα των Lathi και Ding "Σύγχρονες Αναλογικές και Ψηφιακές Επικοινωνίες", οι φοιτητές μπορούν να ανατρέξουν και στα παρακάτω βιβλία για πρόσθετο υλικό μελέτης:

- Proakis, Salehi, "Συστήματα Τηλεπικοινωνιών", Δεύτερη Έκδοση, Εκδόσεις Fountas (Κεφάλαιο 7)
- S. Haykin, M. Moher, "Συστήματα Επικοινωνίας", 5η έκδοση, Εκδόσεις Παπασωτηρίου (Κεφάλαιο 7)



Signal & Image Processing, Pattern Recognition Group (SIPPRE)

www.sippre-group.com