

# Αποκατάσταση Εικόνας

## Διάλεξη 7 - Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

TEL750 – ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ

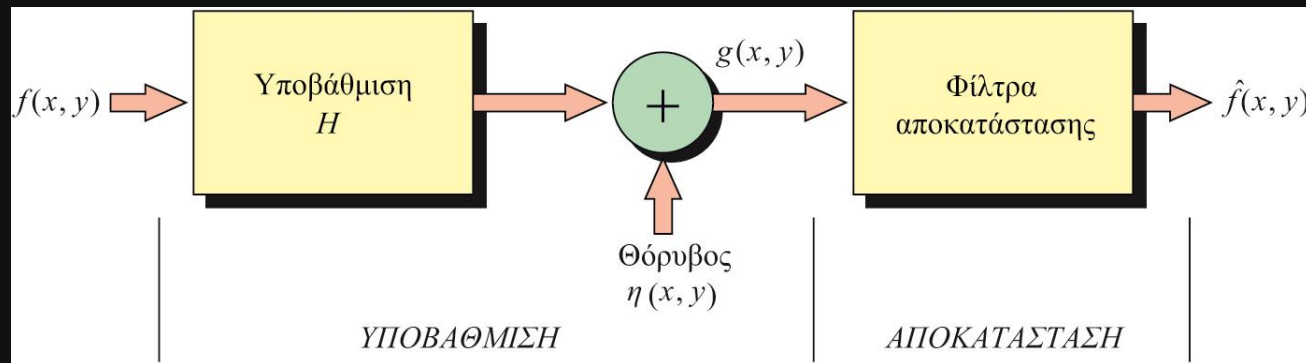
Δρ. Α. Κούτρας, Αναπληρωτής Καθηγητής  
koutras@uop.gr

# Περιγραμματα διάλεξης

- Μοντέλα υποβάθμισης ποιότητας εικόνας
- Μοντέλα θορύβου
- Συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας θορύβου
- Εκτίμηση παραμέτρων θορύβου
- Αποκατάσταση εικόνας με παραμόρφωση λόγω θορύβου με χωρικό φιλτράρισμα
- Τύποι χωρικών φίλτρων
- Απομάκρυνση περιοδικού θορύβου
- Κατηγορίες φίλτρων στο πεδίο της συχνότητας

# Μοντέλο υποβάθμισης ποιότητας και αποκατάστασης εικόνας

- Ως υποβάθμιση εικόνας θεωρούμε έναν τελεστή  $H$  ο οποίος μαζί με έναν όρο προσθετικού θορύβου ενεργεί στην εικόνα  $f(x, y)$  για να δώσει μια υποβαθμισμένη εικόνα  $g(x, y)$



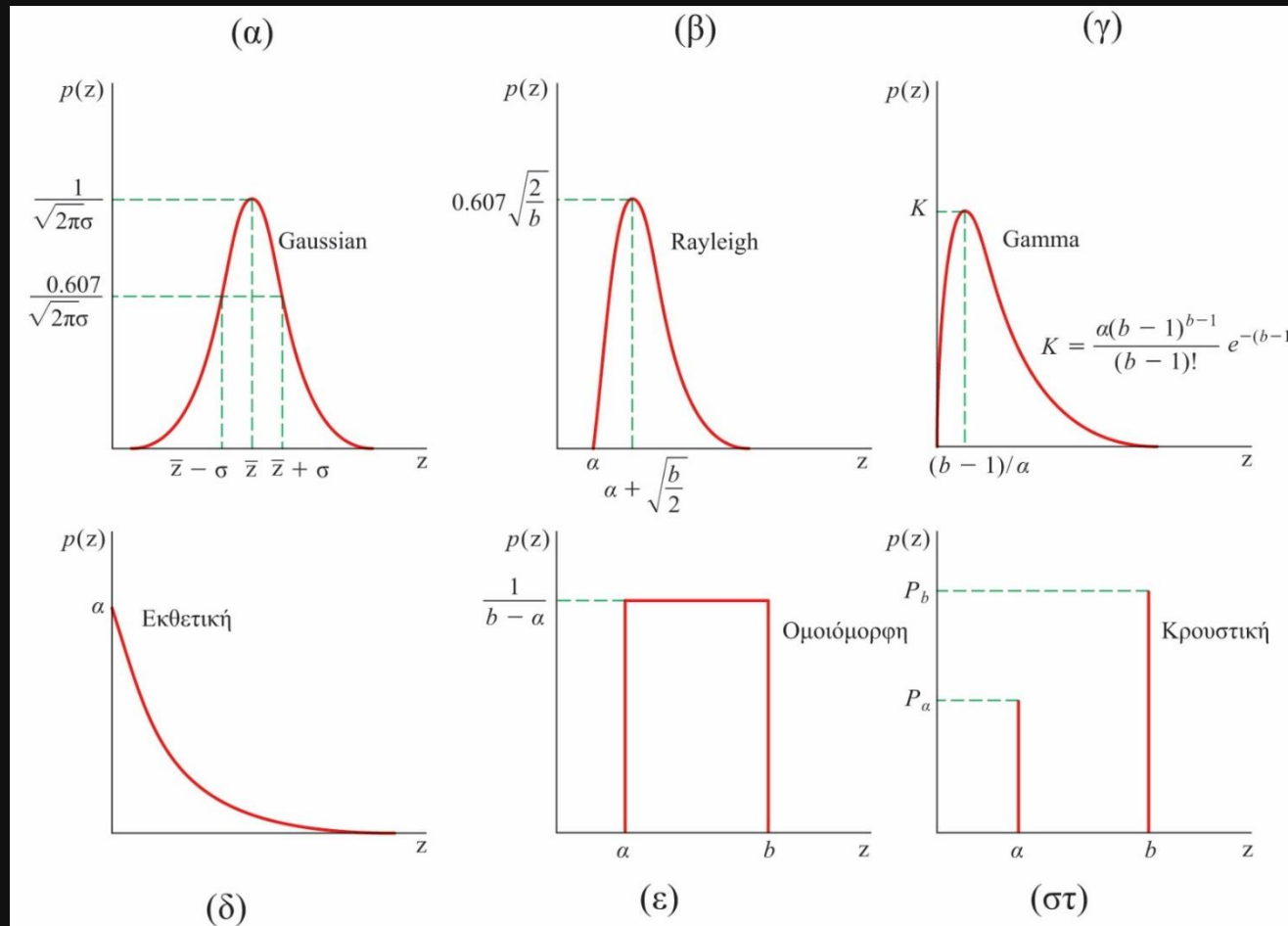
$$g(x, y) = (h(x, y) * f(x, y)) + \eta(x, y)$$

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

# Μοντέλα θορύβου

- Οι κυριότερες πηγές θορύβου που εμφανίζεται σε ψηφιακές εικόνες δημιουργούνται κατά την **καταγραφή** ή και την **μετάδοση** των εικόνων.
- Η απόδοση των αισθητήρων εξαρτάται από περιβαλλοντικές συνθήκες και την ποιότητα των οργάνων του αισθητήρα.
- Στην περίπτωση κάμερας CCD, τα επίπεδα του φωτός και η θερμοκρασία του αισθητήρα αποτελούν τους κύριους παράγοντες που επιρρεάζουν την ποσότητα θορύβου στην εικόνα.
- **Λευκός θόρυβος**: θόρυβος του οποίου το φάσμα Fourier είναι σταθερό.
- Γενικά θεωρούμε ότι ο θόρυβος είναι **ανεξάρτητος** από τις χωρικές συντεταγμένες και **ασυσχέτιστος** με την εικόνα (αν και στην πράξη αυτό δεν ισχύει).

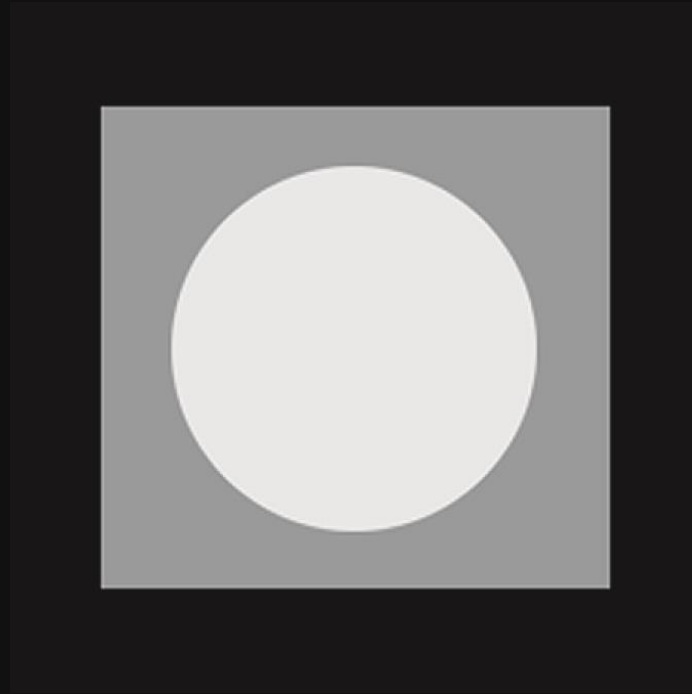
# Βασικές συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας θορύβου



# Ο θόρυβος στην εικόνα

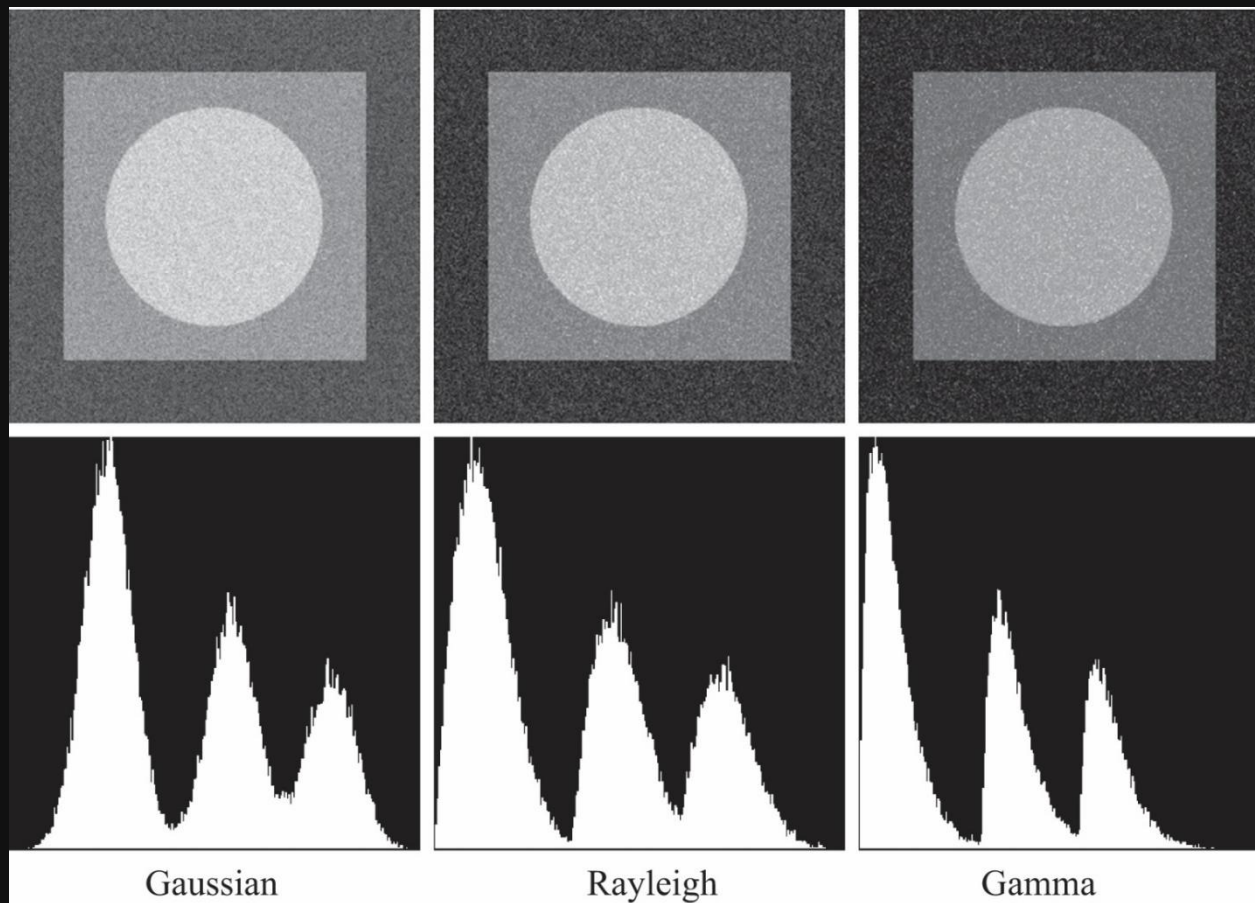
- Ο **θόρυβος Gauss** εμφανίζεται σε εικόνα λόγω:
  - θορύβου ηλεκτρονικών κυκλωμάτων
  - θόρυβο του αισθητήρα λόγω φτωχού φωτισμού
  - λόγω υψηλής θερμοκρασίας
- Ο **θόρυβος Rayleigh** βοηθά στον χαρακτηρισμό θορύβου σε απεικονίσεις περιοχής
- Ο **εκθετικός** και ο **τύπου γ** βρίσκουν εφαρμογή σε απεικόνιση με τη βοήθεια ακτίνων laser
- Ο **κρουστικός** σε καταστάσεις στις οποίες γρήγορες μεταβάσεις όπως λανθασμένες μεταβολές εμφανίζονται σε απεικονίσεις
- Ο **ομοιόμορφος** δεν συναντάται συχνά, χρησιμοποιείται περισσότερο για γεννήτρια τυχαίων αριθμών και προσομοιώσεις.

# Θεμελιώδεις εικόνες και τα ιστογράμματα τους



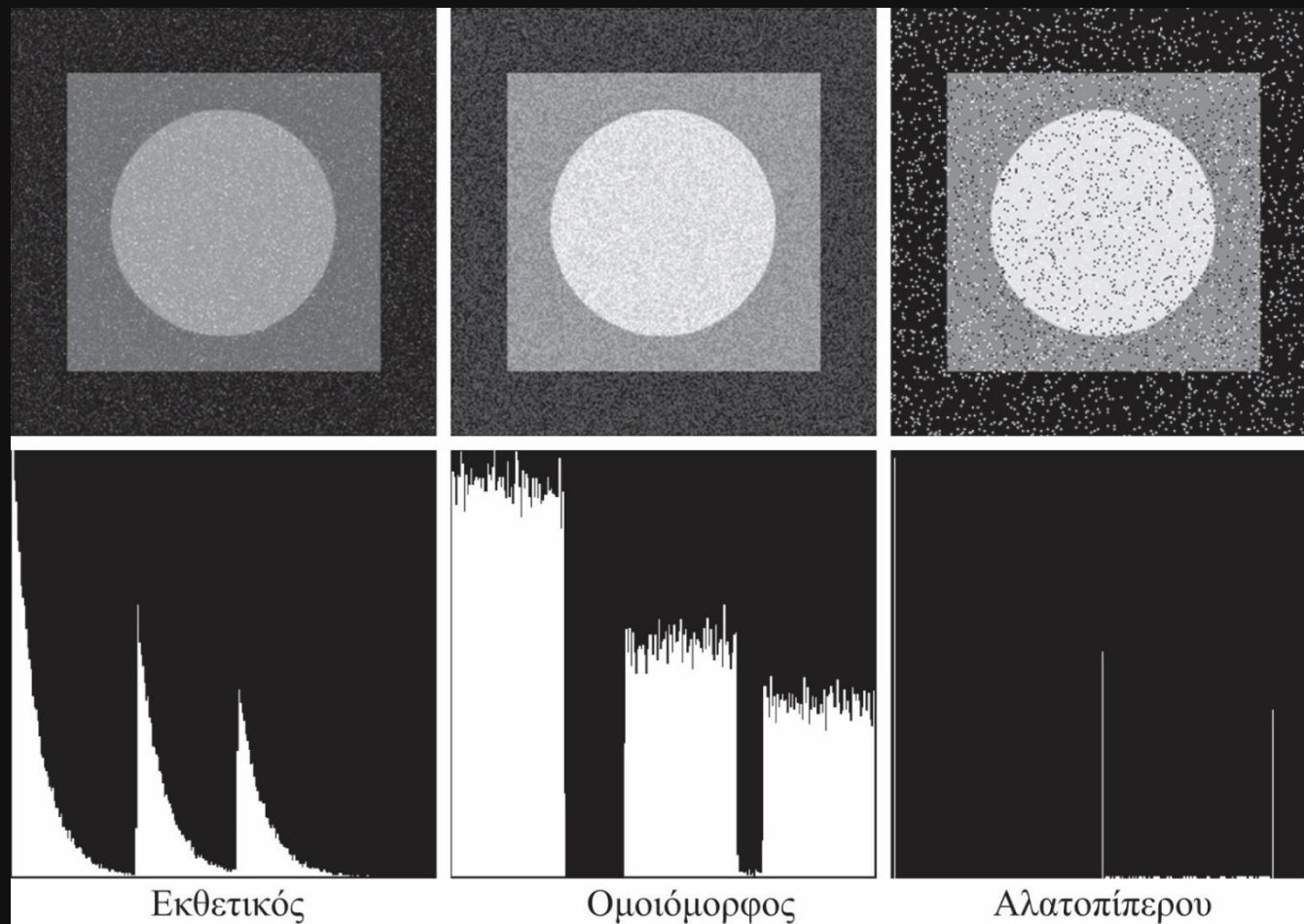
το δοκιμαστικό πρότυπο εικόνας που χρησιμοποιείται για να δείξει τα χαρακτηριστικά των σ.π.π. του θορύβου

# Ιστογράμματα εικόνων με θόρυβο





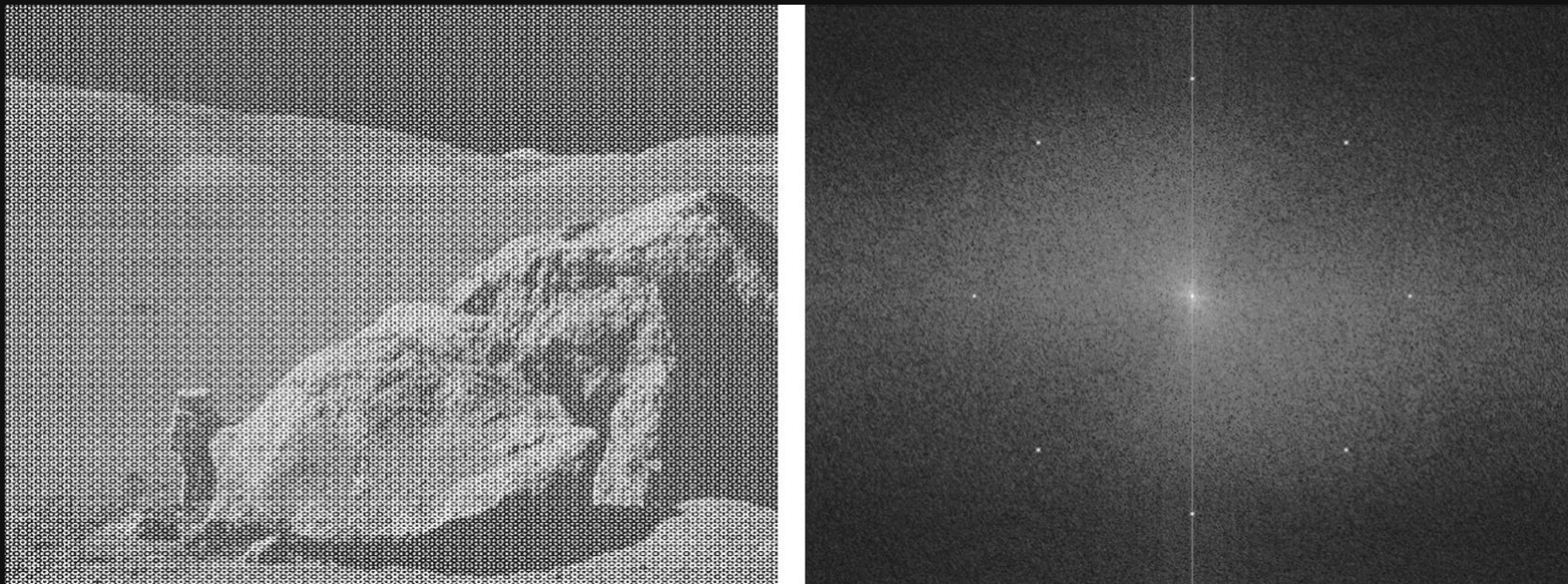
# Ιστογράμματα εικόνων με θόρυβο



# Περιοδικός θόρυβος

- Οφείλεται συνήθως σε ηλεκτρική ή ηλεκτρομηχανική συμβολή που εμφανίζεται κατά την καταγραφή της εικόνας
- Είναι ο μόνος τύπος χωρικά εξαρτώμενου θορύβου που θα εξετάσουμε
- Μπορεί να ελαττωθεί με **φιλτράρισμα στο πεδίο της συχνότητας** (βλ. προηγούμενες διαλέξεις)

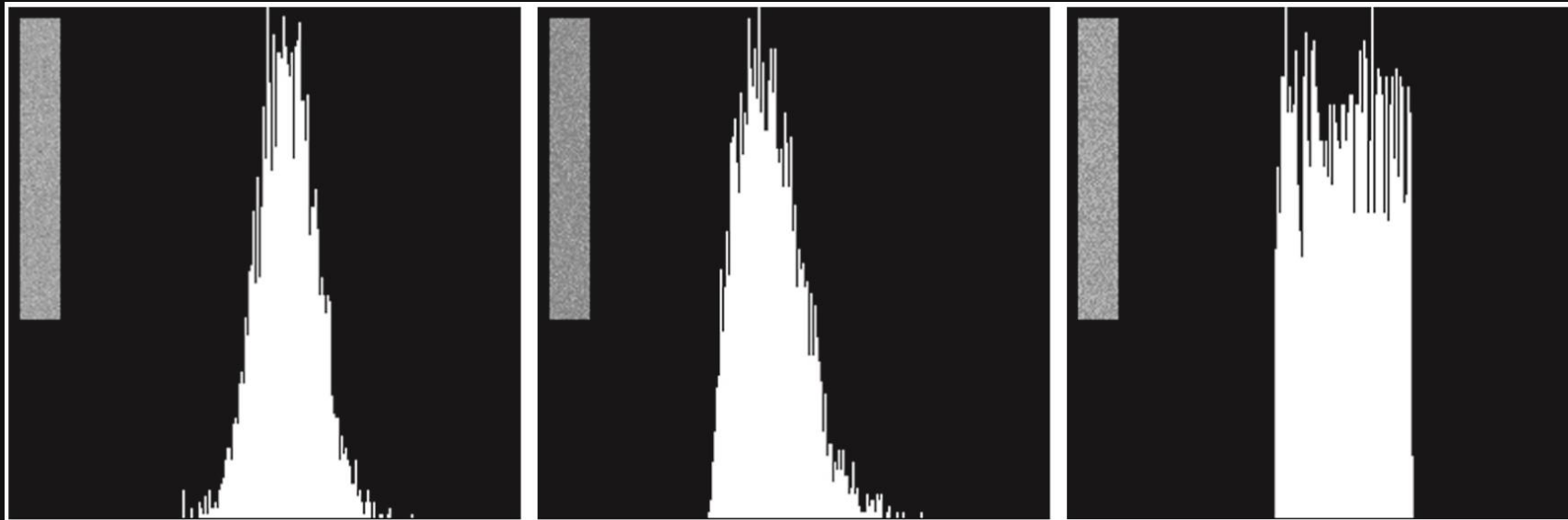
# Περιοδικός θόρυβος σε εικόνα



# Εκτίμηση των παραμέτρων του θορύβου

- Για τον περιοδικό θόρυβο, η μελέτη περιλαμβάνει το φάσμα του.
- Συνήθως τείνει να δημιουργήσει **οξείες κορυφές** συχνότητας που μπορούμε να τις εντοπίσουμε με το μάτι
- Οι παράμετροι της σ.π.π μπορεί να είναι γνωστές εν μέρει από τις προδιαγραφές των αισθητήρων καταγραφής, αλλά θα πρέπει πάντα να τις επαναυπολογίζουμε
- Αν έχουμε πρόσβαση στο σύστημα αυτό μπορούμε να μελετήσουμε τα χαρακτηριστικά του θορύβου τραβώντας μερικές φωτογραφίες επίπεδων σκηνών του περιβάλλοντος
- Αν δεν έχουμε πρόσβαση στο σύστημα, μπορούμε από εικόνες που διαθέτουμε να εξετάσουμε μικρά τμήματα τους που χαρακτηρίζονται από ένταση υποβάθρου (σταθερή σε έναν βαθμό)

# Παράδειγμα εκτίμησης χαρακτηριστικών θορύβου



Ιστογράμματα που υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας μικρές λωρίδες από τις εικόνες που περιέχουν θόρυβο Gauss, Rayleigh και ομοιόμορφο.

Αποκατάσταση εικόνας με χωρικό φιλτράρισμα

# Αποκατάσταση εικόνας με παραμόρφωση λόγω θορύβου – χωρικό φιλτράρισμα

- Στην περίπτωση που ο μόνος παράγοντας υποβάθμισης είναι ο θόρυβος ισχύει:

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v)$$

- επειδή ο θόρυβος δεν είναι γνωστός, δεν μπορούμε να τον αφαιρέσουμε από την παραπάνω εξίσωση.
- Αν ο θόρυβος είναι περιοδικός, τότε το φάσμα του μπορεί να εκτιμηθεί και μετά να αφαιρεθεί από την εικόνα
- Το χωρικό φιλτράρισμα αποτελεί μια μέθοδο επιλογής για τον υπολογισμό της  $f(x, y)$  σε καταστάσεις που ο προσθετικός θόρυβος είναι παρών σε μια εικόνα

# Φίλτρο αριθμητικού μέσου

- Υπολογίζει την μέση φωτεινότητα των εικονοστοιχείων σε μια γειτονιά στην εικόνα

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(r,c) \in S_{xy}} g(r, c)$$

όπου τα  $r, c$  περιγράφουν τις συντεταγμένες της γραμμής και στήλης των εικονοστοιχείων που περιέχονται στην γειτονιά  $S_{xy}$



# Φίλτρα γεωμετρικού μέσου

- Υπολογίζει τον γεωμετρικό μέσο όρο των εικονοστοιχείων σε μια γειτονιά στην εικόνα:

$$\hat{f}(x, y) = \left[ \prod_{(r, c) \in \mathcal{S}_{xy}} g(r, c) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

όπου τα  $\mathbf{r}, \mathbf{c}$  περιγράφουν τις συντεταγμένες της γραμμής και στήλης των εικονοστοιχείων που περιέχονται στην γειτονιά  $\mathcal{S}_{xy}$

# Φίλτρα αρμονικού μέσου

- Περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(r,c) \in S_{xy}} \frac{1}{g(r, c)}}$$

- Το φίλτρο αυτό ταιριάζει πολύ καλά με το θόρυβο **αλατιού** αλλά όχι με τον θόρυβο **πιπεριού**.
- Έχει πολύ καλή απόδοση και με άλλους τύπους θορύβου όπως είναι ο **Gauss**.

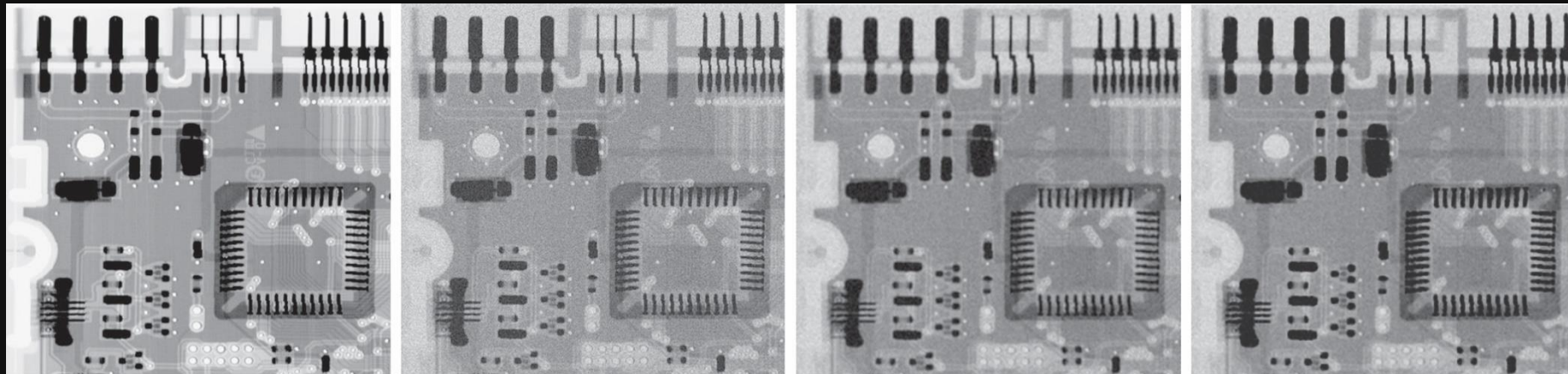
# Φίλτρα αντι-αρμονικού μέσου

- Περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(r,c) \in S_{xy}} g(r, c)^{Q+1}}{\sum_{(r,c) \in S_{xy}} g(r, c)^Q}$$

- Ο συντελεστής  $Q$  είναι η τάξη του φίλτρου
- Μειώνει ή εξαφανίζει το μεγαλύτερο ποσοστό των επιπτώσεων της εμφάνισης του αλατοπίπερου
- Για **θετικές** τιμές του  $Q$  το φίλτρο εξαλείφει το θόρυβο **πιπεριού**
- Για **αρνητικές** τιμές του  $Q$  το φίλτρο εξαλείφει το θόρυβο **αλατιού**
- Δεν μπορεί να πραγματοποιήσει τις παραπάνω διαδικασίες ταυτόχρονα.
- Στην περίπτωση που  $Q = 1$ , το φίλτρο γίνεται φίλτρο αριθμητικού μέσου
- Στην περίπτωση που  $Q = -1$ , το φίλτρο γίνεται φίλτρο αρμονικού μέσου

# Παράδειγμα εφαρμογής φίλτρου



Αρχική εικόνα ακτίνων X  
πλακέτας ηλεκτρικού  
κυκλώματος

Εικόνα αλλοιωμένη από  
θόρυβο τύπου Gauss

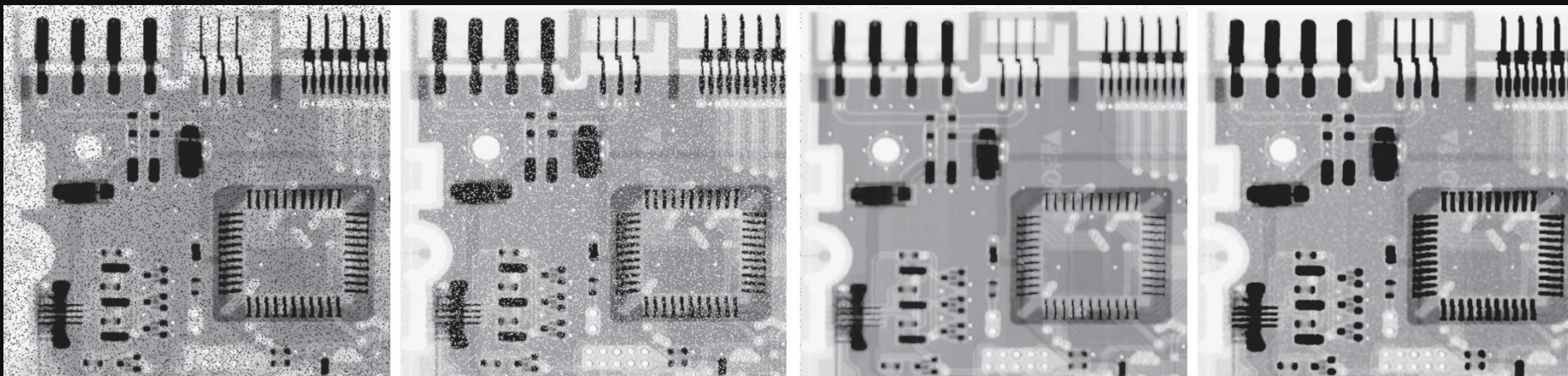
Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
φίλτρο αριθμητικού  
μέσου 3X3

Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
φίλτρο γεωμετρικού  
μέσου 3X3

# Παρατηρήσεις

- Και τα δύο φίλτρα έκαναν καλή δουλειά στην εξασθένηση της συνεισφοράς που οφείλεται στον θόρυβο
- Το φίλτρο γεωμετρικού μέσου δεν θόλωσε την εικόνα τόσο πολύ
- Το παραπάνω φαίνεται στα άκρα σύνδεσης στο πάνω μέρος της εικόνας που έχει μεγαλύτερη οξύτητα

# Παράδειγμα εφαρμογής φίλτρου



(α) Εικόνα αλλοιωμένη από θόρυβο πιπεριού με τιμή πιθανότητας 0.1

(β) Εικόνα αλλοιωμένη από θόρυβο αλατιού με τιμή πιθανότητας 0.1

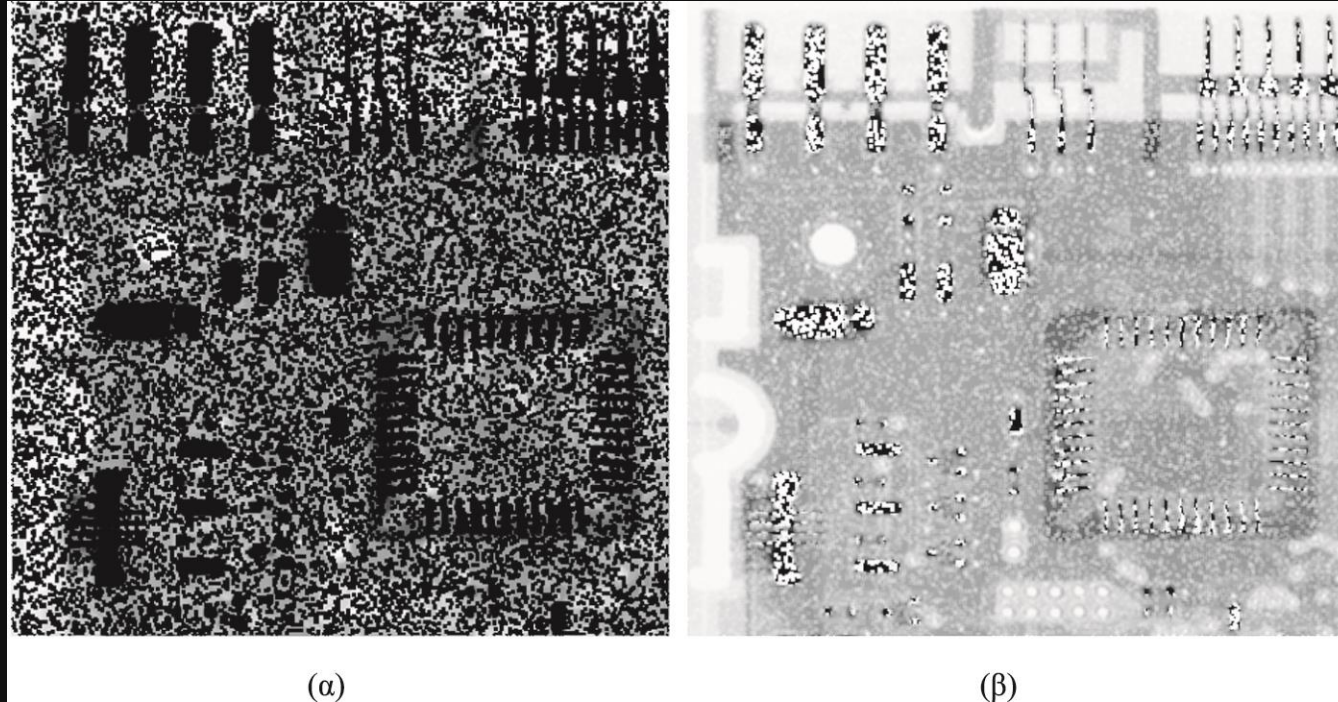
(γ) Αποτέλεσμα φιλτραρίσματος της (α) με φίλτρο συμπληρωματικού αρμονικού μέσου 3X3 και τάξεως  $Q=1.5$

(δ) Αποτέλεσμα φιλτραρίσματος της (β) με φίλτρο συμπληρωματικού αρμονικού μέσου 3X3 και τάξεως  $Q=1.5$

# Παρατηρήσεις

- Και τα δύο φίλτρα δούλεψαν πολύ καλά στην μείωση της επίδρασης του θορύβου
- Το φίλτρο με θετική τιμή τάξης έκανε καλύτερη δουλειά καθαρίζοντας το υπόβαθρο
- Όμως παρατηρούμε μια εκλέπτυνση και θόλωση των σκοτεινών περιοχών
- Τα αντίθετα ισχύουν για το φίλτρο με αρνητική τιμή τάξης
- Τα φίλτρα **αριθμητικού / γεωμετρικού μέσου** είναι κατάλληλα για τυχαίο θόρυβο (**Gauss**) ή ομοιόμορφο
- Τα φίλτρα **αντι-αρμονικού μέσου** είναι κατάλληλα για **κρουστικό** θόρυβο.
- Το **μειονέκτημα** είναι ότι θα πρέπει να γνωρίζουμε το είδος εκ των προτέρων.

# Αποτέλεσμα λανθασμένης επιλογής του προσήμου



Αποτέλεσμα επιλογής εσφαλμένου προσήμου για το αντι-αρμονικό φιλτράρισμα:

(α) το αποτέλεσμα φιλτραρίσματος με φίλτρο 3X3 και τιμή  $Q = -1.5$  και

(β) το αποτέλεσμα του φιλτραρίσματος με το ίδιο φίλτρο αλλά  $Q = 1.5$



# Φίλτρα στατιστικής διάστασης

- Είναι χωρικά φίλτρα και η απόκριση τους βασίζεται στην ταξινόμηση των τιμών των εικονοστοιχείων που περιέχονται στην περιοχή της εικόνας που περικλείεται από το φίλτρο
  - Φίλτρο ενδιάμεσης τιμής
  - Φίλτρο μεγίστου και ελαχίστου
  - Φίλτρο μέσου σημείου
  - Alpha-trimmed φίλτρο μέσου

# Φίλτρο ενδιάμεσης τιμής

- Το φίλτρο αυτό καλείται και φίλτρο διάμεσου
- Αντικαθιστά το εικονοστοιχείο με την διάμεση τιμή φωτεινότητας της γειτονιάς του:

$$\hat{f}(x, y) = \mathit{median}_{(r,c) \in S_{x,y}} \{g(r, c)\}$$

- Είναι πολύ δημοφιλή, για ορισμένες περιπτώσεις θορύβου παρέχουν άριστες δυνατότητες μείωσης του με μικρότερο βαθμό θόλωσης σε σχέση με τα γραμμικά φίλτρα
- Είναι αποδοτικά τόσο στον μονοπολικό, όσο και στον διπολικό κρουστικό θόρυβο

# Φίλτρο μεγίστου

- Το φίλτρο μεγίστου αντικαθιστά το εικονοστοιχείο με την μέγιστη τιμή φωτεινότητας της γειτονιάς του:

$$\hat{f}(x, y) = \max_{(r, c) \in S_{xy}} \{g(r, c)\}$$

- Είναι χρήσιμο για την εύρεση των πιο φωτεινών σημείων μιας εικόνας ή για την λέπτυνση σκοτεινών περιοχών που βρίσκονται δίπλα σε φωτεινές.
- Προκαλεί την ελάττωση του θορύβου πιπεριού

# Φίλτρο ελαχίστου

- Το φίλτρο ελαχίστου αντικαθιστά το εικονοστοιχείο με την ελάχιστη τιμή φωτεινότητας της γειτονιάς του:

$$\hat{f}(x, y) = \min_{(r,c) \in S_{xy}} \{g(r, c)\}$$

- Είναι χρήσιμο για την εύρεση των πιο σκοτεινών σημείων μιας εικόνας ή για την λέπτυνση φωτεινών περιοχών που βρίσκονται δίπλα σε σκοτεινές.
- Προκαλεί την ελάττωση του θορύβου αλατιού

# Φίλτρο μέσου σημείου

- Το φίλτρο μέσου σημείου υπολογίζει τον μέσο όρο της μέγιστης και ελάχιστης τιμής της περιοχής της εικόνας στην οποία εφαρμόζεται:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \max_{(r,c) \in S_{xy}} \{g(r, c)\} + \min_{(r,c) \in S_{xy}} \{g(r, c)\} \right]$$

- Συνδυάζει τόσο στατιστική διάταξη, όσο και υπολογισμό μέσου όρου
- Έχει καλή απόδοση σε **τυχαία κατανεμημένο θόρυβο** όπως ο ομοιόμορφος ή ο Gauss.

# Alpha trimmed φίλτρο μέσου

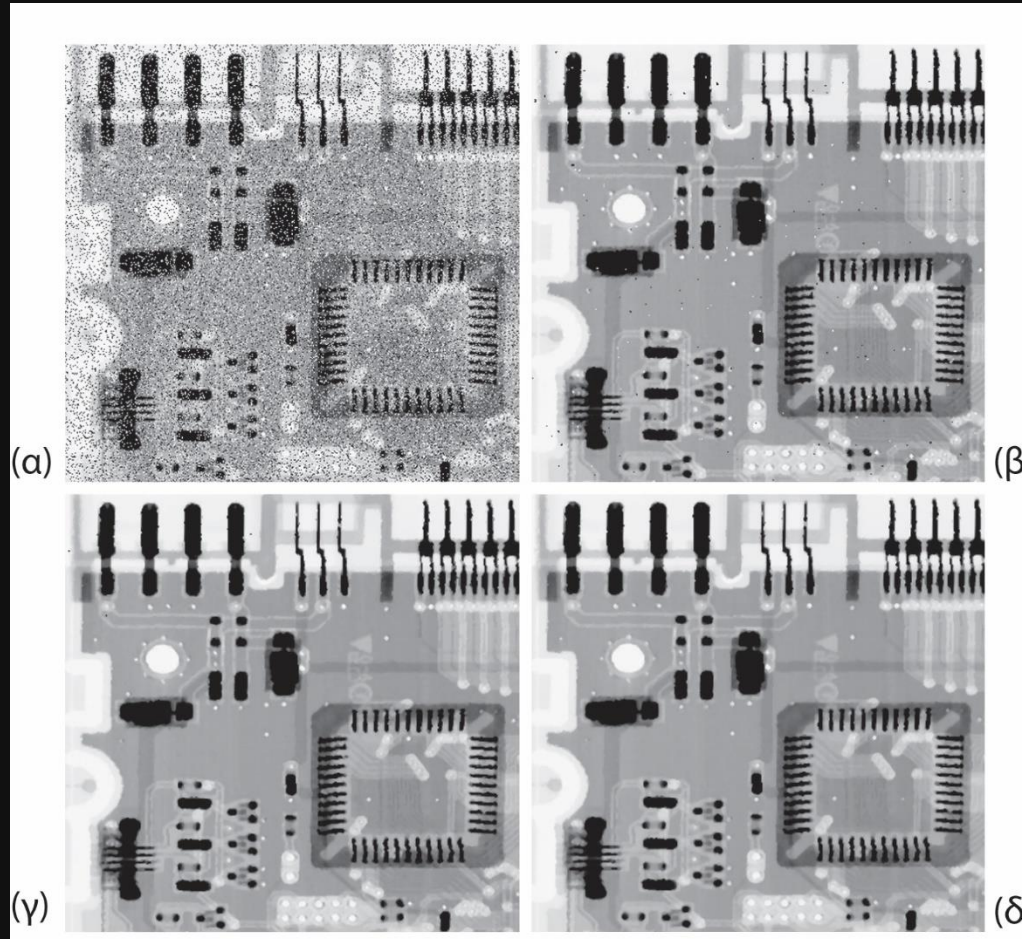
- Διαγράφουμε τις  $d/2$  χαμηλότερες και τις  $d/2$  υψηλότερες τιμές έντασης της εικόνας  $g(r, t)$  στην γειτονιά ενός φίλτρου και τα υπόλοιπα τα αναπαραστήσουμε με το  $g_R(r, c)$
- Το φίλτρο που προκύπτει από τον υπολογισμό της μέσης έντασης των υπολοίπων  $mn - d$  εικονοστοιχείων ονομάζεται φίλτρο περικεκομμένου μέσου:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(r,c) \in S_{xy}} g_R(r, c)$$

- Η τιμή του  $d$  μεταβάλλεται από  $0$  μέχρι  $mn - 1$
- Για  $d = 0$  το φίλτρο γίνεται αριθμητικού μέσου
- Για  $d = mn - 1$ , το φίλτρο γίνεται φίλτρο διάμεσου
- Για ενδιάμεσες τιμές του  $d$ , το φίλτρο είναι χρήσιμο σε περιπτώσεις διαφορετικών τύπων θορύβου στην εικόνα (αλατοπίπερο και Gauss).

# Παράδειγμα

Εικόνα με θόρυβο  
αλατοπίπερου με  
 $P_a = P_b = 0.1$



Αποτέλεσμα  
επεξεργασίας της  
εικόνας (β) με το  
ίδιο φίλτρο

Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
φίλτρο διάμεσου  
3x3

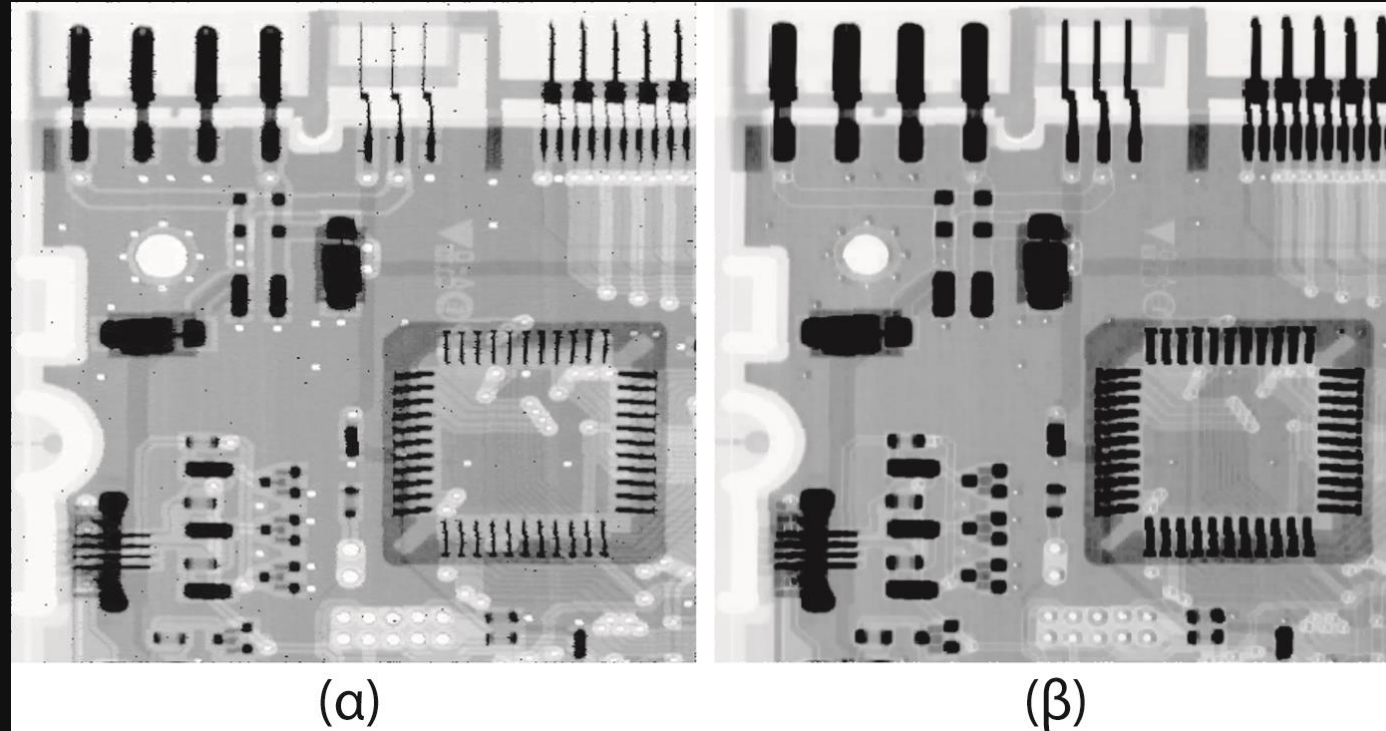
Αποτέλεσμα  
επεξεργασίας της  
εικόνας (γ) με το  
ίδιο φίλτρο

# Συμπεράσματα

- Η βελτίωση είναι σημαντική αλλά υπάρχουν περιοχές που περιέχουν θόρυβο
- Με διαδοχικές διελεύσεις βελτιώνουμε την εικόνα, αλλά προσθέτουμε θόλωση εικόνας.



# Παράδειγμα



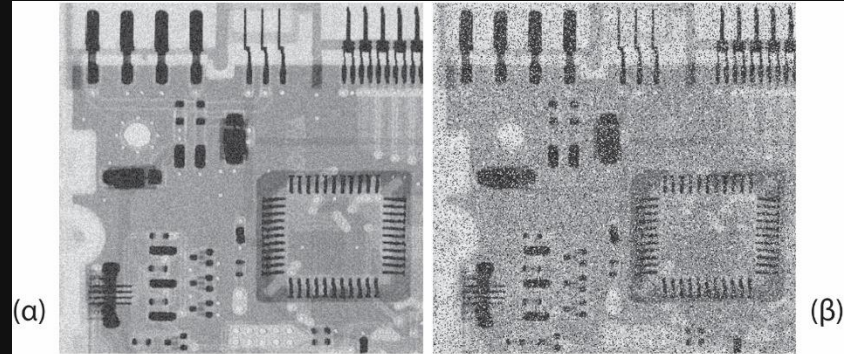
- (α) αποτέλεσμα φιλτραρίσματος με φίλτρο μεγίστου διαστάσεων 3Χ3  
(β) αποτέλεσμα φιλτραρίσματος με φίλτρο ελαχίστου ίδιου μεγέθους

# Συμπεράσματα

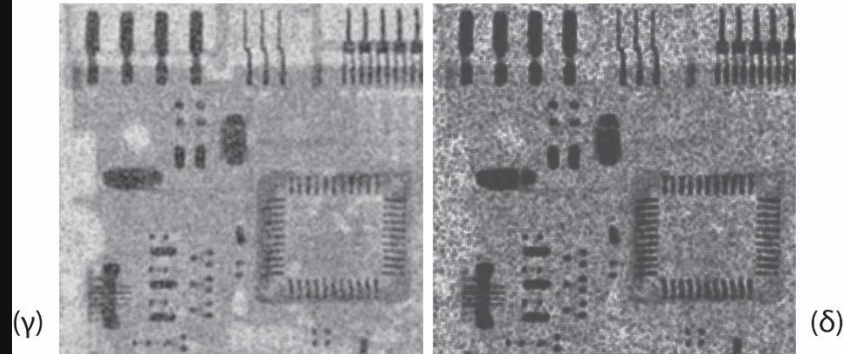
- Το φίλτρο μέγιστου απομακρύνει τον θόρυβο πιπεριού
- Απομακρύνει όμως επίσης και κάποια σκοτεινά εικονοστοιχεία, θέτοντας τα σε φωτεινά επίπεδα έντασης, όπως και σκοτεινά στοιχεία που ανηκαν στα περιγράμματα σκοτεινών αντικειμένων
- Το φίλτρο ελάχιστου έχει καλύτερη απόδοση σε σχέση με το φίλτρο μέγιστου
- Απομάκρυνε κάποια λευκά σημεία γύρω από το περίγραμμα κάποιων φωτεινών αντικειμένων
- Αυτό κάνει τα φωτεινά αντικείμενα να φαίνονται μικρότερα και τα σκοτεινά να φαίνονται μεγαλύτερα

# Παράδειγμα

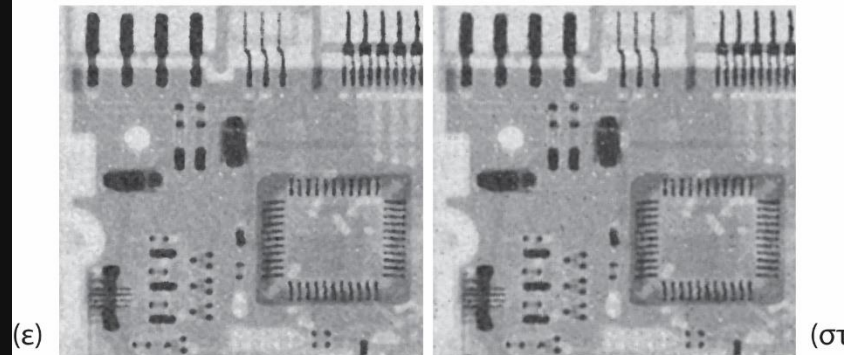
Εικόνα με  
προσθετικό  
ομοιόμορφο  
θόρυβο



Αποτέλεσμα  
επεξεργασίας της  
εικόνας (β) με το  
φίλτρο  
αριθμητικού μέσου  
5X5



Αποτέλεσμα  
επεξεργασίας της  
εικόνας (β) με το  
φίλτρο διάμεσου



Επιπλέον  
προσθήκη στην (α)  
θορύβου  
αλατοπίπερο

Αποτέλεσμα  
επεξεργασίας της  
εικόνας (β) με το  
φίλτρο γεωμετρικού  
μέσου

Αποτέλεσμα  
επεξεργασίας της  
εικόνας (β) με το  
φίλτρο alpha-  
trimmed  $d=6$

# Συμπεράσματα

- Τα φίλτρα αριθμητικού και γεωμετρικού μέσου έχουν φτωχή απόδοση λόγω του κρουστικού θορύβου
- Το φίλτρο διάμεσου και περικεκομμένου μέσου έχουν καλύτερη απόδοση, με το δεύτερο να υπερτερεί ελαφρώς

# Προσαρμοζόμενα φίλτρα

- Όλα τα προηγούμενα φίλτρα εφαρμόζονται σε εικόνα το ίδιο, ανεξάρτητα από τις αλλαγές που μπορεί να παρατηρούνται στην εικόνα από το ένα σημείο στο επόμενο.
- Στα προσαρμοζόμενα φίλτρα, η συμπεριφορά τους μεταβάλλεται συναρτήσει των στατιστικών χαρακτηριστικών του τμήματος της εικόνας στο οποίο εφαρμόζονται.
- Μπορούν να πετύχουν απόδοση ανώτερη από τα προηγούμενα
- Το μειονέκτημα τους είναι η αύξηση της πολυπλοκότητας.

# Προσαρμοζόμενο φίλτρο μείωσης τοπικού θορύβου

- Τα μεγέθη στα οποία στηρίζεται η λειτουργία των φίλτρων είναι ο μέσος όρος και η διακύμανση των φωτεινότητων των περιοχών της εικόνας.
- Η εφαρμογή του φίλτρου σε μια περιοχή της εικόνας εξαρτάται:
  - Από την περιοχή της εικόνας  $g(x, y)$
  - Από την διακύμανση  $\sigma^2$  του θορύβου
  - Την τοπική μέση ένταση των εικονοστοιχείων στην γειτονιά αυτή  $\bar{z}_{xy}$
  - Την τοπική διακύμανση των εντάσεων της εικόνας στην γειτονιά αυτή  $\sigma^2 s_{xy}$

# Χαρακτηριστικά του φίλτρου

- αν η τιμή της  $\sigma_n^2$  είναι ίση με μηδέν, το φίλτρο θα πρέπει να επιστρέφει την τιμή της συνάρτησης  $g(x, y)$  αφού δεν υπάρχει θόρυβος
- Αν  $\sigma_{xy}^2 \gg \sigma_n^2$  το φίλτρο θα πρέπει να επιστρέφει μια τιμή κοντά στην τιμή της εικόνας. Πρόκειται για ακμές που δεν θα πρέπει να καταστραφούν
- Αν  $\sigma_{xy}^2 = \sigma_n^2$  το φίλτρο θα πρέπει να επιστρέφει την αριθμητική μέση τιμή των pixels στην περιοχή μάσκας

# Υλοποίηση του φίλτρου

- Για τον υπολογισμό της εφαρμογής του φίλτρου αυτού σε μια εικόνα και λαμβάνοντας υπόψη όλα τα προηγούμενα καταλήγουμε στην σχέση:

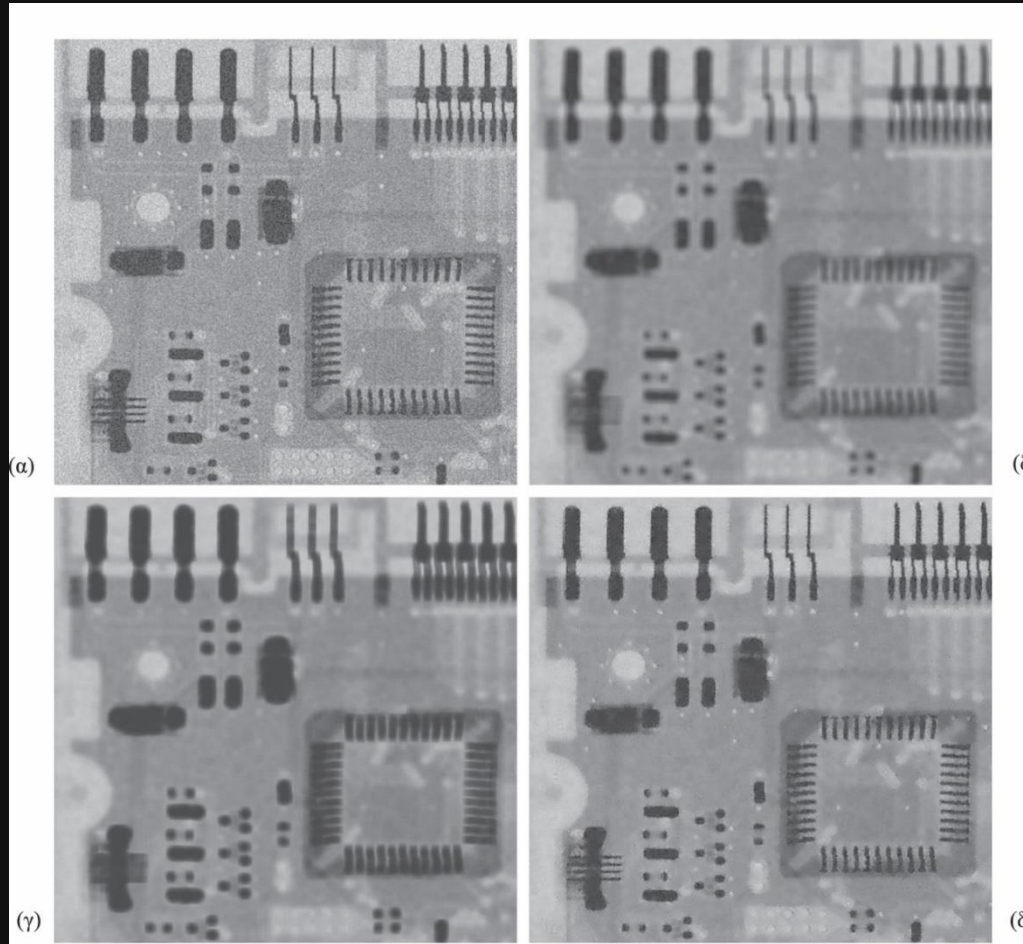
$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_{xy}^2} [g(x, y) - \bar{z}s_{xy}]$$

- Από την παραπάνω, η μόνη ποσότητα που πρέπει να υπολογιστεί ή να είναι γνωστή, είναι η διακύμανση του θορύβου  $\sigma_n^2$ .
- Όλες οι άλλες παράμετροι υπολογίζονται από τα εικονοστοιχεία της γειτονιάς που εξετάζεται
- Ο λόγος των διακυμάνσεων είναι μικρότερος της μονάδας, το οποίο ισχύει αφού ο θόρυβος είναι προσθετικός και η περιοχή εφαρμογής του είναι μικρότερη από όλη την εικόνα.
- Το φίλτρο είναι μη γραμμικό γιατί αν διαπιστωθεί σε έλεγχο ότι ο θόρυβος είναι μεγαλύτερος από την διακύμανση της περιοχής της εικόνας, ο λόγος θα πρέπει να τεθεί ίσος με την μονάδα.



# Παράδειγμα προσαρμοσμένου φιλτραρίσματος

Εικόνα με  
προσθετικό  
θόρυβο Gauss με  
μηδενικό μ.ο. και  
διακύμανση ίση με  
1000



Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
φίλτρο γεωμετρικού  
μέσου 7X7

Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
φίλτρο  
αριθμητικού μέσου  
7X7

Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
προσαρμοζόμενο  
φίλτρο μείωσης  
θορύβου 7X7

# Συμπεράσματα

- Η εφαρμογή του φίλτρου αριθμητικού μέσου εξομαλύνει τον θόρυβο, αλλά θόλωσε την εικόνα
- Το ίδιο παρατηρούμε και μετά την εφαρμογή του φίλτρου γεωμετρικού μέσου
- Το προσαρμοζόμενο φίλτρο έχει την καλύτερη απόδοση
- Έχει παρόμοια απόδοση με τα άλλα δύο στην μείωση του θορύβου, αλλά με εικόνα που έχει υψηλή αντίθεση
- Όλα τα παραπάνω στηρίζονται στην σωστή εκτίμηση του  $\sigma_n^2$ :
  - Αν η εκτίμηση είναι μικρή, ο αλγόριθμος θα επιστρέψει εικόνα που μοιάζει με την αρχική
  - Αν η εκτίμηση είναι μεγάλη, ο αλγόριθμος θα αφαιρεί την μέση τιμή από την εικόνα πιο συχνά από ότι θα το έκανε κανονικά

# Προσαρμοζόμενο φίλτρο διάμεσου

- το φίλτρο διάμεσου δουλεύει πολύ καλά για μικρές χωρικές πυκνότητες του κρουστικού θορύβου
- διατηρεί την λεπτομέρεια όταν εξομαλύνει θόρυβο που δεν είναι κρουστικός
- ενεργεί σε περιοχή τετράγωνη, αλλά προσαρμόζει (αυξάνει) τις διαστάσεις της γειτονιάς κατά τη διαδικασία εφαρμογής του
- η έξοδος του είναι μια πραγματική τιμή που αντικαθιστά την φωτεινότητα του κεντρικού pixel της μάσκας

# Προσαρμοζόμενο φίλτρο διάμεσου (αλγόριθμος)

## □ ΕΠΙΠΕΔΟ Α

- $A_1 = z_{med} - z_{min}$

- $A_2 = z_{med} - z_{max}$

- Αν  $A_1 > 0$  και  $A_2 < 0$  πήγαινε στο στάδιο Β, αλλιώς αύξησε το παράθυρο

- Αν το μέγεθος του παραθύρου είναι  $W < Smax$  επανέλαβε το Στάδιο Α, αλλιώς επέστρεψε την τιμή του  $z_{med}$ .

## □ ΕΠΙΠΕΔΟ Β

- $B_1 = z_{xy} - xmi_n$

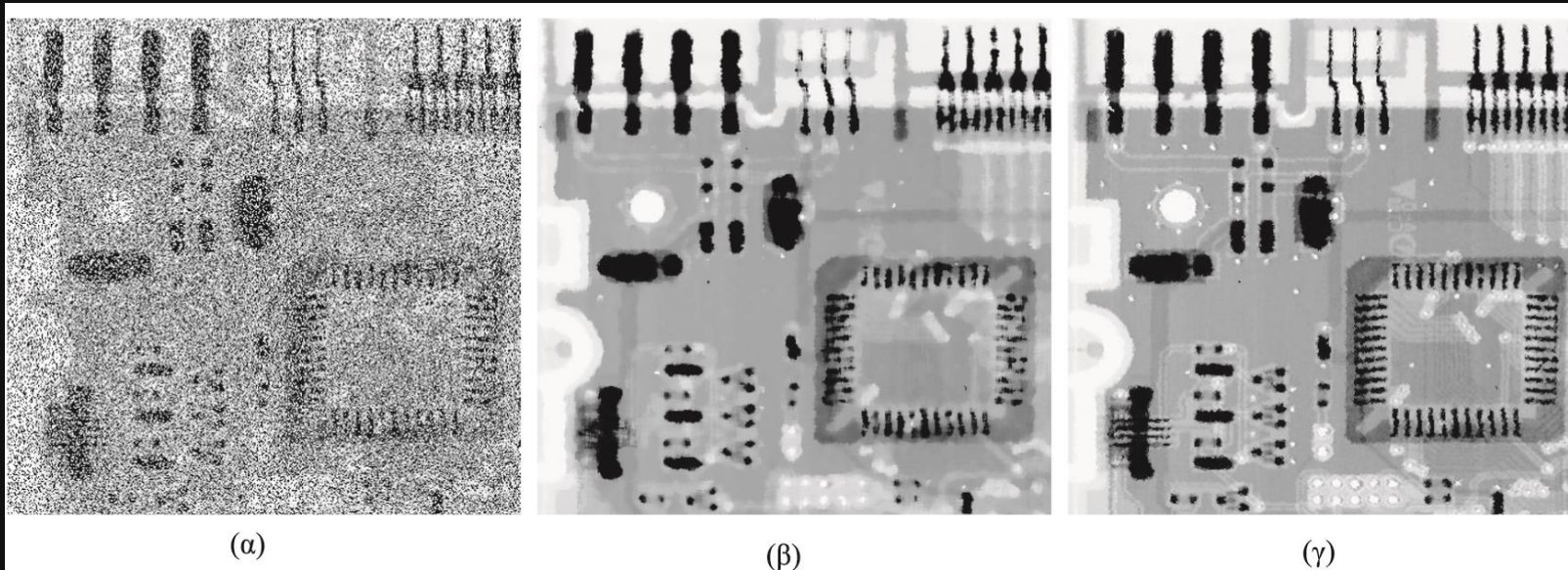
- $B_2 = z_{xy} - z_{min}$

- εάν  $B_1 > 0$  και  $B_2 < 0$  επέστρεψε την τιμή του  $z_{xy}$ , αλλιώς επέστρεψε την τιμή του  $z_{med}$

# Αποτέλεσμα προσαρμοζόμενου φίλτρου διάμεσου

- απομακρύνει θόρυβο τύπου αλατοπίπερου
- εξομαλύνει άλλους τύπους θορύβου
- ελαττώνει παραμορφώσεις όπως η λέπτυνση ή η πύκνωση των περιγραμμάτων αντικειμένων εικόνας.

# Παράδειγμα εφαρμογής προσαρμοζόμενου φίλτρου διάμεσου



Εικόνα αλλοιωμένη από  
αλατοπίπερο με  
πιθανότητες  $P_a =$   
 $P_b = 0.25$

Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
φίλτρο διάμεσου  $7 \times 7$

Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
προσαρμοσμένο φίλτρο  
διάμεσου  $7 \times 7$

# Συμπεράσματα

- Η απόδοση του φίλτρου είναι παρόμοια με το φίλτρο διάμεσου
- Διατηρεί όμως την αντίθεση και τις λεπτομέρειες της εικόνας
- Η επιλογή του μέγιστου επιτρεπτού παραθύρου εξαρτάται από την εφαρμογή σε κάθε περίπτωση
- Μπορούμε να έχουμε μια αρχική τιμή πειραματιζόμενοι με διάφορα μεγέθη του κλασικού φίλτρου διάμεσου

Αποκατάσταση στο πεδίο της συχνότητας



# Ελάττωση περιοδικού θορύβου με φιλτράρισμα στο πεδίο της συχνότητας

- Για την απομάκρυνση αυτού του είδους θορύβου, εφαρμόζουμε επιλεκτικά φίλτρα (βλ. προηγούμενο κεφάλαιο)
- Οι τύποι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν είναι:
  - Ζωνοφρακτικά
  - Ζωνοδιαβατά
  - Φίλτρα εγκοπής

# Φίλτρα εγκοπής

- Γνωρίζουμε ότι η συναρτήσεις μεταφοράς των φίλτρων αυτών μπορούν να κατασκευαστούν ως γινόμενο συναρτήσεων μεταφοράς ανωδιαβατών φίλτρων με κέντρα, στα κέντρα των εγκοπών

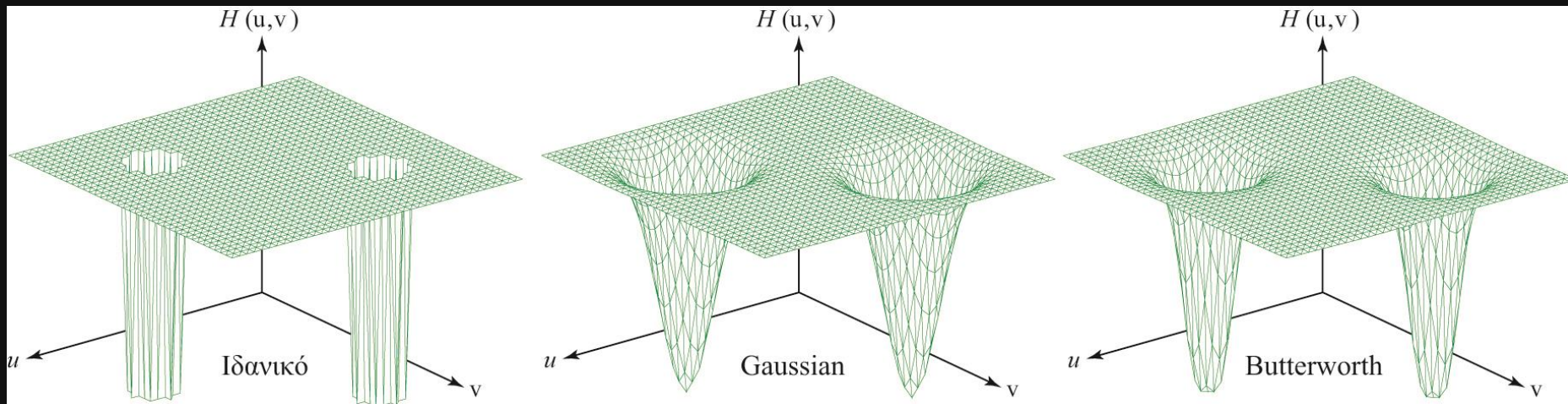
$$H_{NR}(u, v) = \prod_{k=1}^Q H_k(u, v) H_{-k}(u, v)$$

- Παρατηρούμε στην σχέση ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς είναι συμμετρικές ως προς το κέντρο του ορθοφωνίου συχνοτήτων και ορίζονται ως συμμετρικά ζεύγη.
- Για παράδειγμα ένα φίλτρο εγκοπής τύπου Butterworth δίνεται από:

$$H_{NR}(u, v) = \prod_{k=1}^3 \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{D_{ok}}{D_k(u, v)} \right]^n} \right] \left[ \frac{1}{1 + \left[ \frac{D_{ok}}{D_{-k}(u, v)} \right]^n} \right]$$

- Επειδή οι εγκοπές προσδιορίζονται ως συμμετρικά ζεύγη, η παράμετρος του φίλτρου  $D_{ok}$  είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

# Φίλτρα εγκοπής



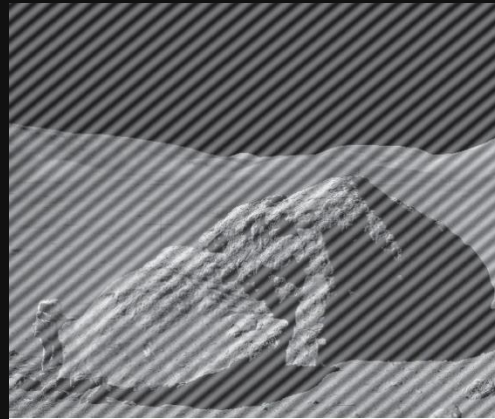
Προοπτικό διάγραμμα  
συνάρτησης μεταφοράς  
ενός **ιδανικού φίλτρου**  
εγκοπής

Προοπτικό διάγραμμα  
συνάρτησης μεταφοράς  
ενός φίλτρου εγκοπής  
τύπου **Gauss**

Προοπτικό διάγραμμα  
συνάρτησης μεταφοράς  
ενός φίλτρου εγκοπής  
τύπου **Butterworth**

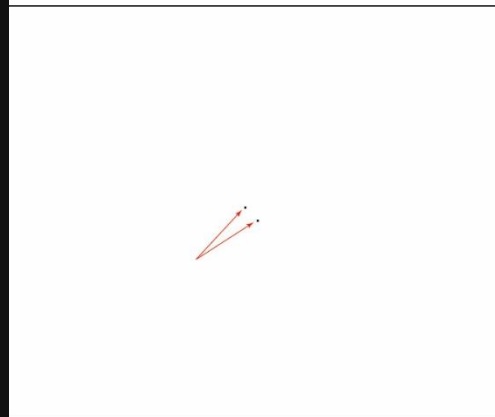
# Παράδειγμα εφαρμογής φίλτρων εγκοπής

Εικόνα αλλοιωμένη  
από ημιτονοειδή  
συμβολή



Φάσμα που δείχνει  
τις ριπές ενέργειας  
λόγω της  
παρεμβολής

Φίλτρο εγκοπής. Η  
ακτίνα των φίλτρων  
είναι 2  
εικονοστοιχεία



Αποτέλεσμα  
φιλτραρίσματος με  
χρήση φίλτρου  
εγκοπής

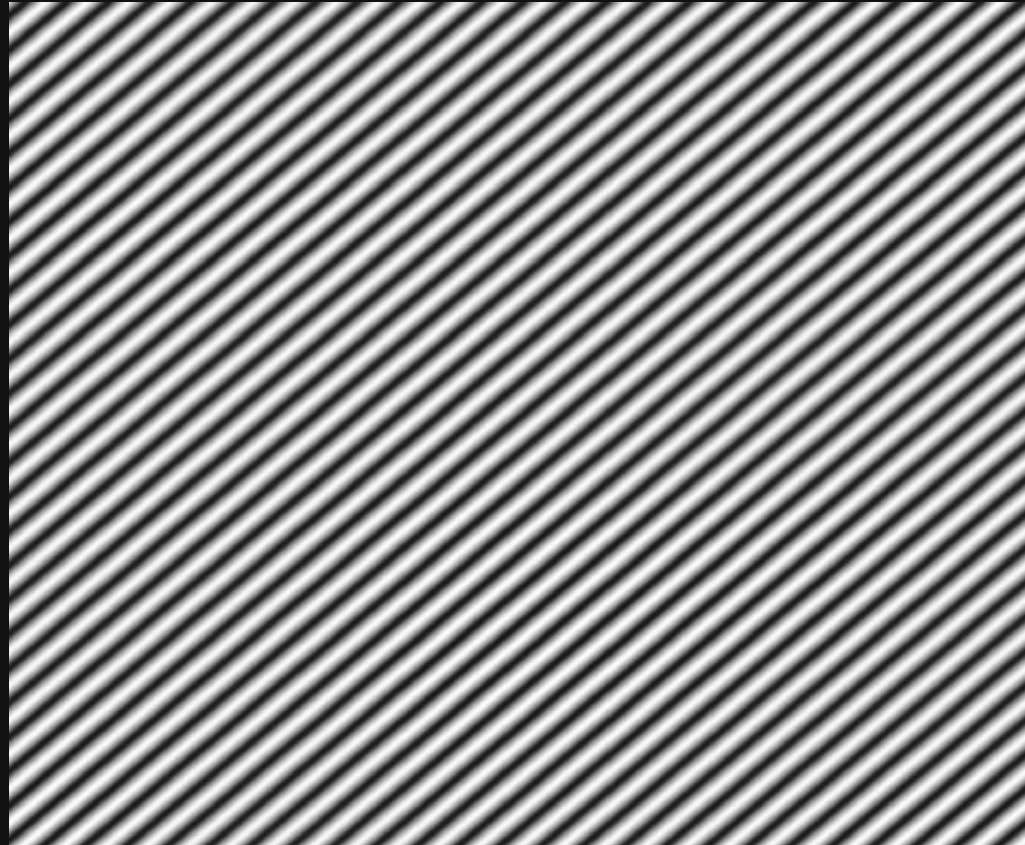
# Χρήση εγκοπής για διέλευση συχνοτήτων

- Από τα φίλτρα εγκοπής για αποκοπή συχνοτήτων μπορούμε να κατασκευάσουμε φίλτρα εγκοπής για διέλευση συχνοτήτων σύμφωνα με:

$$H_{NP}(u, v) = 1 - H_{NR}(u, v)$$

- Από αυτό μπορούμε να κατασκευάσουμε το πρότυπο συμβολής του θορύβου
- Αυτό μπορεί να γίνει φιλτράροντας την εικόνα μας με το  $H_{NP}$  φίλτρο

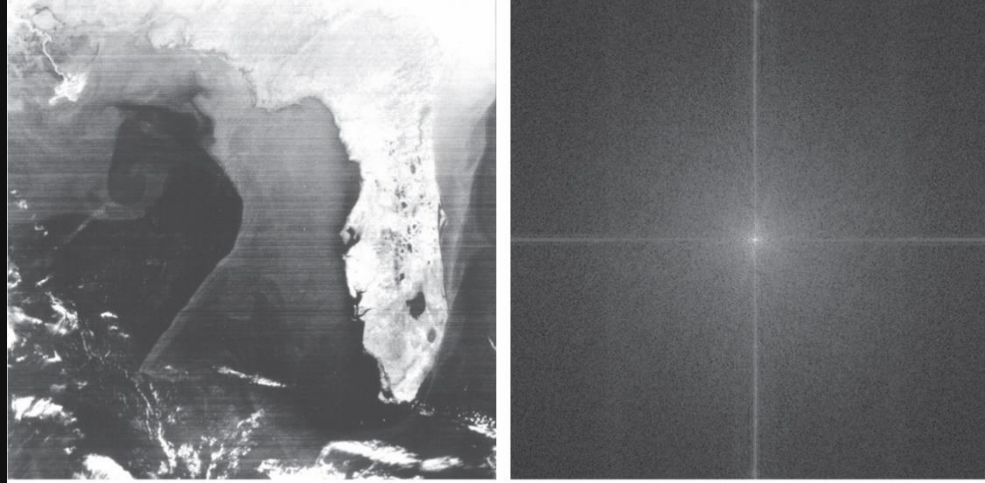
# Παράδειγμα εφαρμογής φίλτρου εγκοπής για τη διέλευση συχνοτήτων



Αποτέλεσμα φιλτραρίσματος με φίλτρο εγκοπής για την διέλευση συχνοτήτων της προηγούμενης εικόνας

# Παράδειγμα εφαρμογής φίλτρου εγκοπής διέλευσης συχνοτήτων

Δορυφορική εικόνα της Florida και του Κόλπου του Μεξικού (με οριζόντιες γραμμές σάρωσης του αισθητήρα)

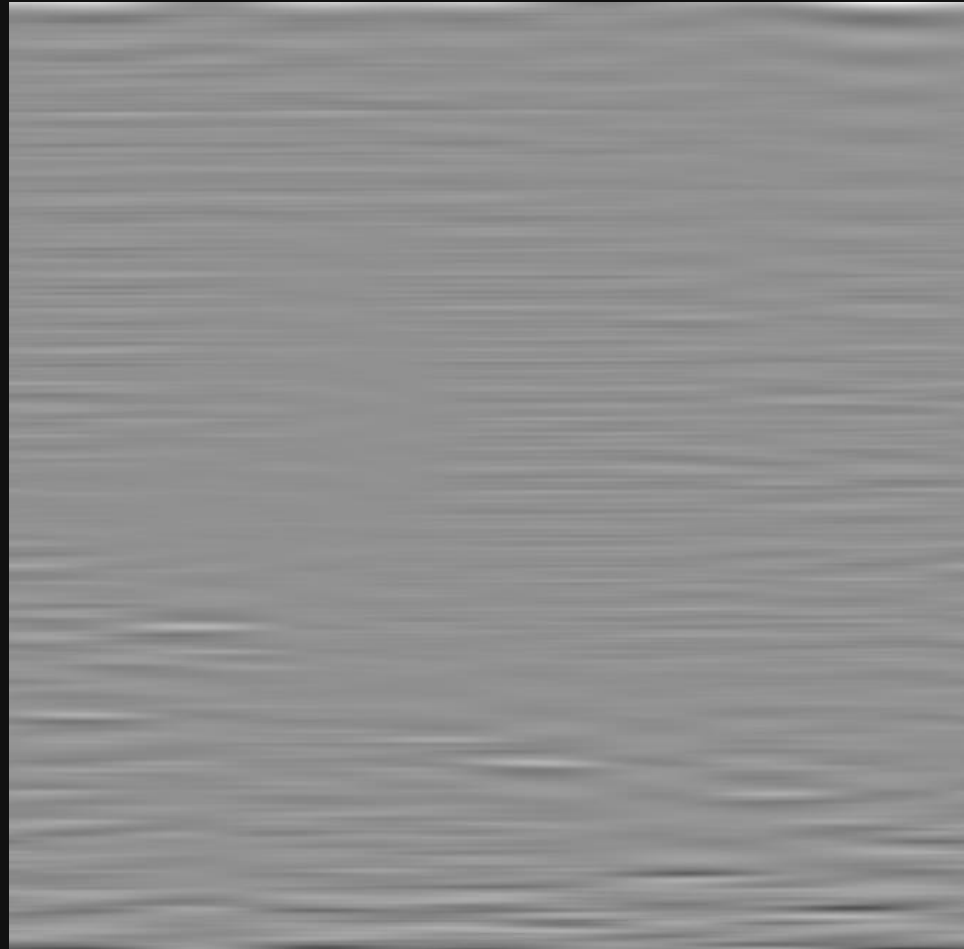


Το φάσμα της εικόνας (δείτε τον κατακόρυφο άξονα του μετασχηματισμού)

Η συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φίλτρου εγκοπής

Η φιλτραρισμένη εικόνα

# Το πρότυπο του θορύβου



Το πρότυπο του θορύβου που έχει εξαχθεί από την προηγούμενη εικόνα μετά από φιλτράρισμα με χρήση φίλτρου εγκοπής



# Βέλτιστο φιλτράρισμα με φίλτρο εγκοπής

- Τα προηγούμενα φίλτρα είναι αποδοτικά όταν έχουμε λίγες συνιστώσες παρεμβολής
- Όταν έχουμε περισσότερες δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν γιατί μπορεί να απομακρύνουν χρήσιμη πληροφορία της εικόνας.
- Επιπλέον οι παρεμβολές δεν είναι ριπές μια απλής συχνότητας αλλά σχηματισμοί μεγάλου εύρους που δεν μπορούν να ανιχνευθούν εύκολα.

# Βήματα εφαρμογής βέλτιστου φιλτραρίσματος

- Εξαγωγή κύριων συχνοτικών συνιστωσών του προτύπου συμβολής. Αυτό μπορεί να γίνει με εφαρμογή φίλτρου εγκοπής  $H_{NP}(u, v)$  στη θέση κάθε οξείας κορυφής.

$$N(u, v) = H_{NP}(u, v)G(u, v)$$

- Η επιλογή των κορυφών γίνεται αλληλεπιδραστικά παρατηρώντας το φάσμα του  $G(u, v)$  πάνω σε μια οθόνη
- Μετά την επιλογή του φίλτρου, παίρνουμε το αντίστοιχο πρότυπο θορύβου του πεδίου συχνότητας

$$\eta(x, y) = F^{-1}\{H_{NP}(u, v)G(u, v)\}$$

# Βήματα εφαρμογής βέλτιστου φιλτραρίσματος

- Αν ήταν γνωστές όλες οι λεπτομέρειες του θορύβου θα μπορούσαμε να τον αφαιρέσουμε από την εικόνα  $g(x, y)$ .
- Αυτό δεν μπορεί να γίνει γιατί έχουμε μόνο μια εκτίμηση του θορύβου
- Μπορούμε όμως να λάβουμε μια εκτίμηση της αρχικής αφαιρώντας ένα σταθμισμένο κομμάτι της  $\eta(x, y)$  από την  $g(x, y)$ :

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - w(x, y)\eta(x, y)$$

## Επιλογή της συνάρτησης βάρους $w(x, y)$

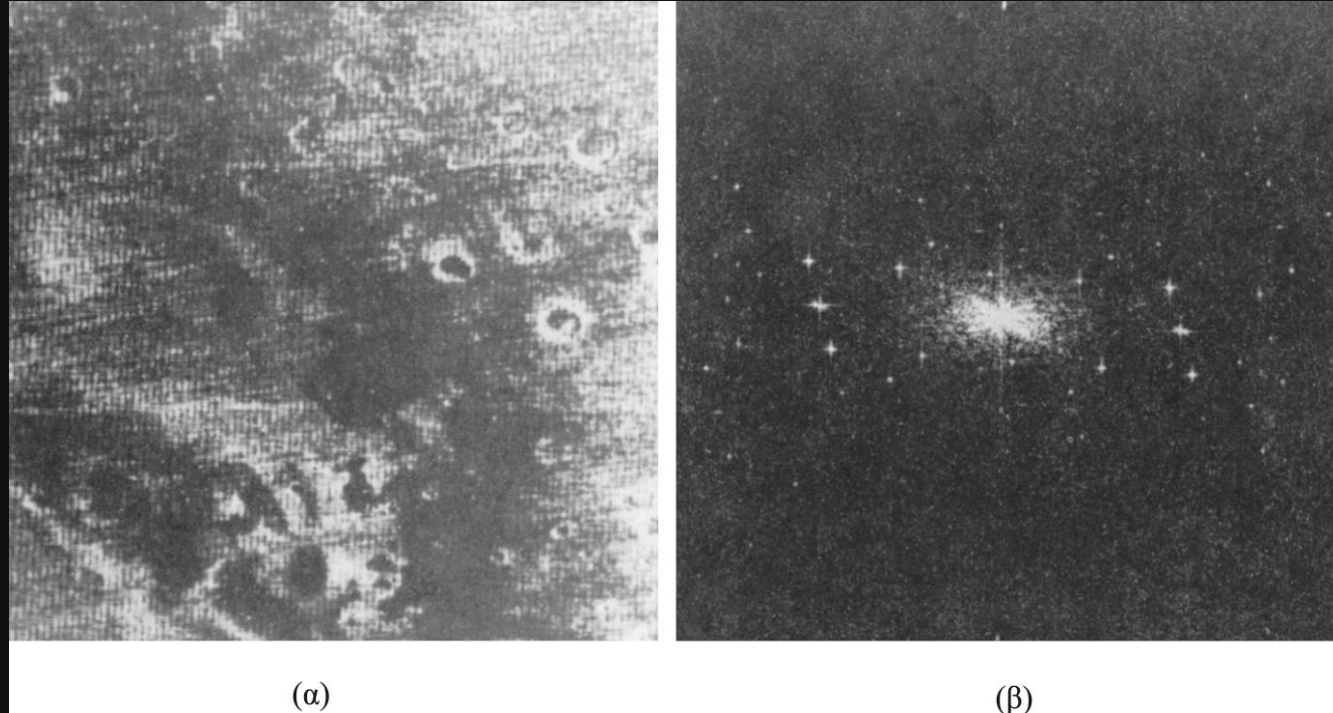
- Η συνάρτηση βάρους ή συνάρτηση διαμόρφωσης επιλέγεται ώστε η διακύμανση της εκτίμησης  $\hat{f}(x, y)$  να ελαχιστοποιείται στα όρια μιας καθορισμένης γειτονιάς του κάθε σημείου  $(x, y)$
- Μετά από υπολογισμούς προκύπτει ότι

$$w(x, y) = \frac{\overline{g\eta} - \bar{g}\bar{\eta}}{\eta^2 - \bar{\eta}^2}$$

- Συνεπώς για να πάρουμε την ανακατασκευασμένη εικόνα στο σημείο  $(x, y)$ , υπολογίζουμε τη συνάρτηση  $w(x, y)$  και μετά την αντικαθιστούμε στην σχέση

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - w(x, y)\eta(x, y)$$

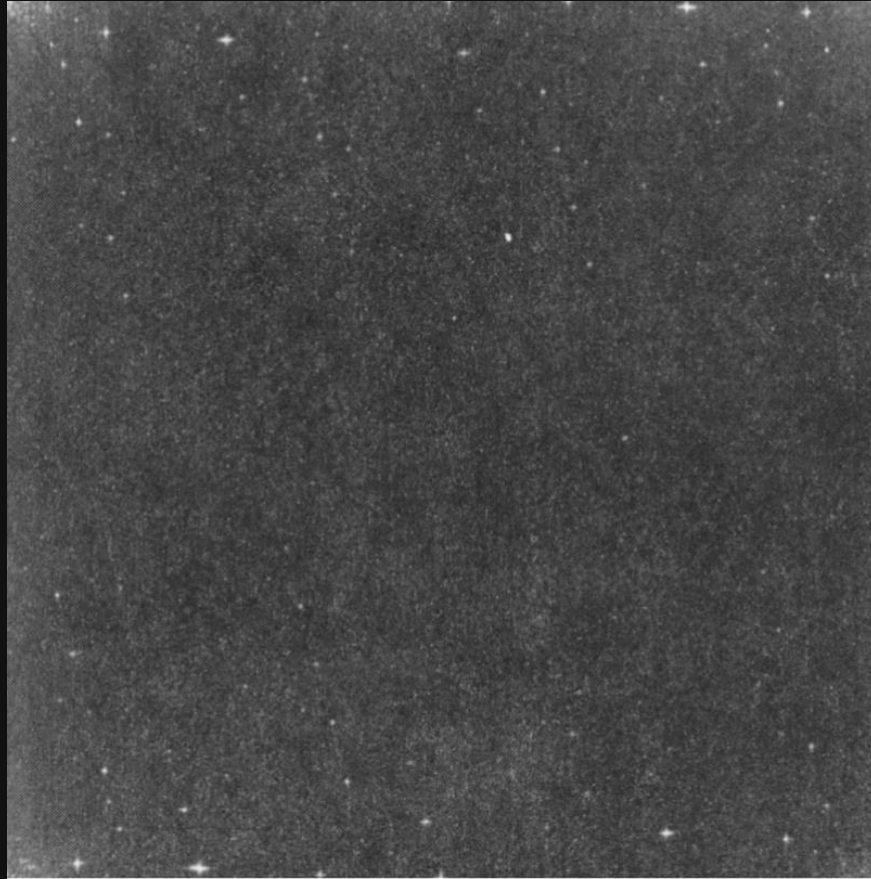
# Απομάκρυνση με βέλτιστο φιλτράρισμα με φίλτρο εγκοπής



(α) εικόνα της επιφάνειας του Άρη από το Mariner 6

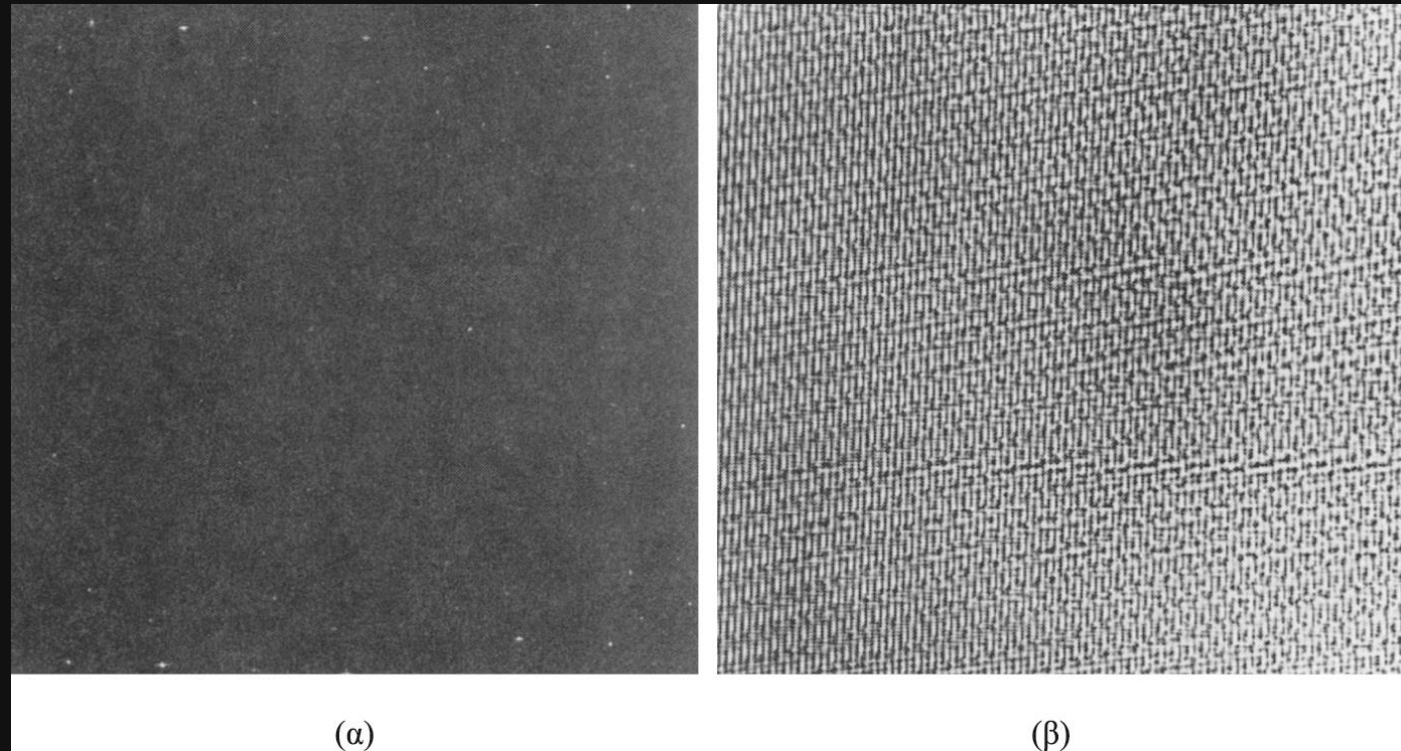
(β) το φάσμα της εικόνας που δείχνει ημιπεριοδική συμβολή (πιο περίπλοκη από τις προηγούμενες)

# Απομάκρυνση με βέλτιστο φιλτράρισμα με φίλτρο εγκοπής



Το φάσμα της προηγούμενης εικόνας χωρίς κεντράρισμα συχνοτήτων (ο σταθερός όρος και οι χαμηλές συχνότητες έχουν μετακινηθεί στις γωνίες)

# Απομάκρυνση με βέλτιστο φιλτράρισμα με φίλτρο εγκοπής



(α) Το φάσμα της  $N(u, v)$

(β) το αντίστοιχο πρότυπο συμβολής του θορύβου  $\eta(x, y)$

# Απομάκρυνση με βέλτιστο φιλτράρισμα με φίλτρο εγκοπής



Αποκατεστημένη εικόνα με χρήση της τεχνικής  
βέλτιστου φιλτραρίσματος



Γραμμικές υποβαθμίσεις ανεξάρτητες θέσης

# Γραμμικές υποβαθμίσεις ανεξάρτητες της θέσης

- Ένα γραμμικό και ανεξάρτητο ως προς τη θέση σύστημα υποβάθμισης με προσθετικό θόρυβο μπορεί να μοντελοποιηθεί από την εξίσωση:

$$g(x, y) = (h \star f)(x, y) + \eta(x, y)$$

στο πεδίο του χώρου ως πράξη συνέλιξης της εικόνας με τη συνάρτηση υποβάθμισης ακολουθούμενη από την πρόσθεση του θορύβου και

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

στο πεδίο της συχνότητας ως πολλαπλασιασμός των μετασχηματισμών Fourier της εικόνας και της υποβάθμισης, ακολουθούμενη από πρόσθεση του μετασχηματισμού Fourier του θορύβου

- στην περίπτωση αυτή, **δεν καταφεύγουμε στο συμπλήρωμα εικόνας** πριν την εφαρμογή των φίλτρων καθώς έχουμε πρόσβαση μόνο σε εικόνες αλλοιωμένες από τον θόρυβο.

# Υπολογίζοντας την συνάρτηση της υποβάθμισης

- Υπάρχουν τρεις τρόποι για την εκτίμηση της συνάρτησης υποβάθμισης μιας εικόνας:
  - ▣ Με παρατήρηση
  - ▣ Με πειραματισμό
  - ▣ Με μαθηματική μοντελοποίηση
- Η διαδικασία αποκατάστασης της εικόνας ονομάζεται και **τυφλή αποσυνέλιξη** καθώς η συνάρτηση υποβάθμισης είναι συνήθως άγνωστη.

## Υπολογισμός μέσω παρατήρησης εικόνας

- επειδή δεν έχουμε πληροφορίες για την συνάρτηση υποβάθμισης (μόνο ότι είναι γραμμική και ανεξάρτητη από τη θέση) συλλέγουμε πληροφορίες για την ίδια την εικόνα.
- Μπορούμε να επιλέξουμε τμήμα κάποιου αντικειμένου ή τμήμα του υπόβαθρου
- Για να ελαττώσουμε την επίδραση του θορύβου, μπορούμε να πάρουμε περιοχή εικόνας με ισχυρό σήμα προς θόρυβο (περιοχή υψηλής αντίθεσης)
- Επεξεργαζόμαστε το τμήμα αυτό προκειμένου να μειώσουμε το θόλωμα για να εφαρμόσουμε μετά τα αποτελέσματα και στην υπόλοιπη εικόνα.
- Θεωρώντας με  $g_s(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  την παρατηρούμενη υπο-εικόνα και με  $\hat{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  την επεξεργασμένη υπο-εικόνα η οποία είναι και εκτίμηση της αρχικής μας εικόνας σε αυτή την περιοχή, μπορούμε να υπολογίσουμε την υποβάθμιση:

$$H_s(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{G_s(\mathbf{u}, \mathbf{v})}{\hat{F}_s(\mathbf{u}, \mathbf{v})}$$

# Υπολογισμός μέσω παρατήρησης εικόνας

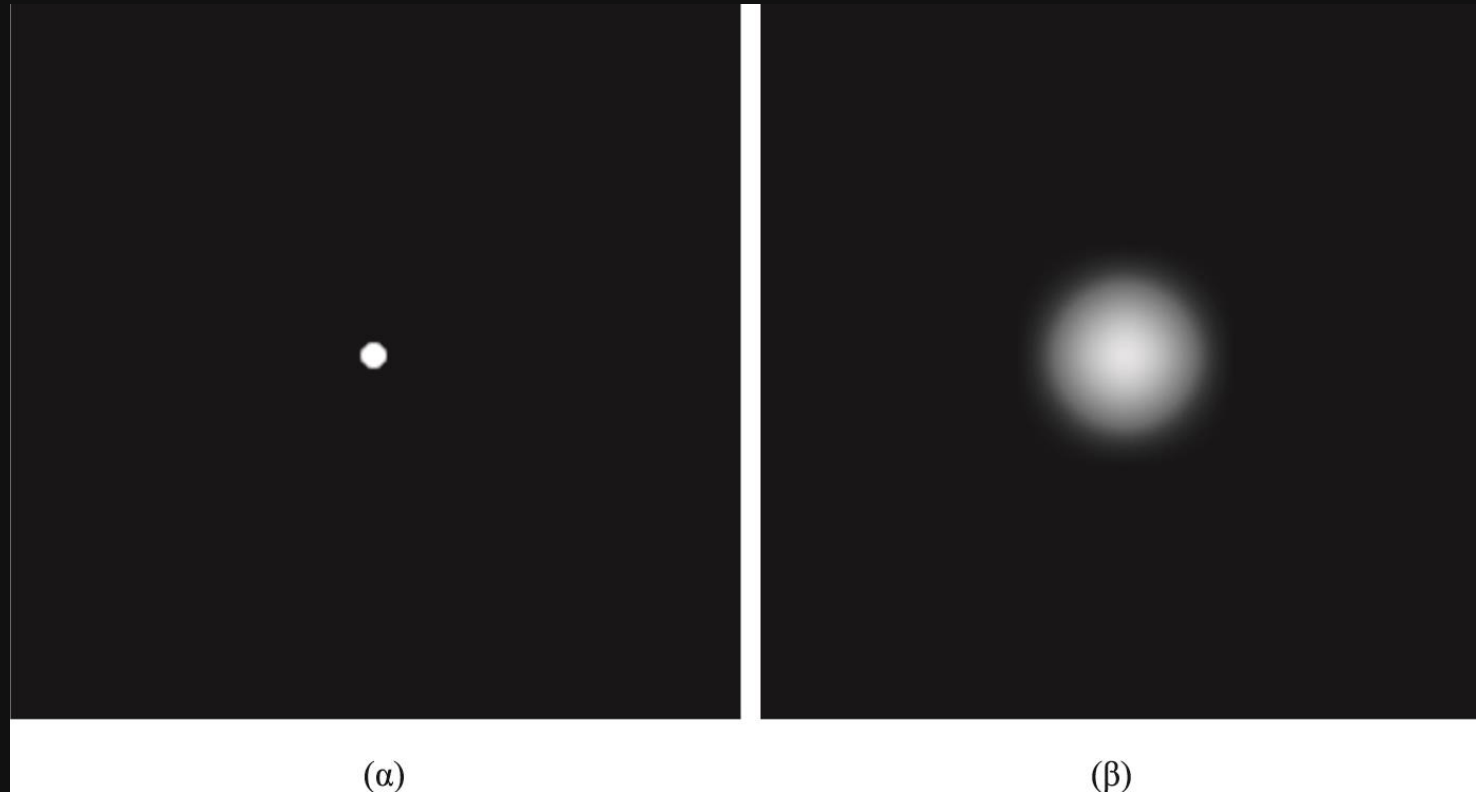
- από τα χαρακτηριστικά της συνάρτησης αυτής μπορούμε να εξάγουμε την πλήρη συνάρτηση υποβάθμισης  $H(u, v)$  βασιζόμενοι στην υπόθεση περί ανεξαρτησίας από τη θέση.
- Είναι μια κοπιαστική διαδικασία που εφαρμόζεται σε πολύ λίγες εικόνες όπως για την αποκατάσταση παλιάς εικόνας ιστορικής αξίας.

# Υπολογισμός μέσω πειραματισμού

- Αν κατέχουμε εξοπλισμό παρόμοιο με αυτόν που χρησιμοποιήθηκε για την καταγραφή της υποβαθμισμένης εικόνας, μπορούμε να λάβουμε ακριβή εκτίμηση της υποβάθμισης.
- Μπορούμε να δοκιμάσουμε διάφορες τιμές των παραμέτρων του συστήματος μέχρι να πετύχουμε το ίδιο (ή παρόμοιο) αποτέλεσμα με αυτό που έχουμε.
- ο στόχος είναι να υπολογίσουμε την κρουστική απόκριση της υποβάθμισης χρησιμοποιώντας τις ίδιες ρυθμίσεις του συστήματος.
- Επειδή ο μετασχηματισμός Fourier μιας κρουστικής είναι σταθερά, ισχύει ότι:

$$H(u, v) = \frac{G(u, v)}{A}$$

# Υπολογισμός μέσω πειραματισμού



υπολογισμός της υποβάθμισης δια μέσου χαρακτηρισμού κρουστικής απόκρισης

(α) ένας παλμός φωτός

(β) ο απεικονισμένος (υποβαθμισμένος παλμός)

# Υπολογισμός μέσω μοντελοποίησης

- Χρησιμοποιείται πολλά χρόνια λόγω της καλής απόδοσης που παρουσιάζει στην επίλυση του προβλήματος.
- Το μοντέλο μπορεί να λάβει υπόψη και περιβαλλοντικές συνθήκες που οδηγούν σε υποβάθμιση.
- Το παρακάτω μοντέλο χρησιμοποιείται για την περιγραφή ατμοσφαιρικών αναταράξεων

$$H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{5/6}}$$

- Ο συντελεστής  $k$  είναι μια σταθερά που εξαρτάται από την φύση του στροβιλισμού
- Μοιάζει με κατωδιαβατό φίλτρο τύπου Gauss και μπορεί να μοντελοποιήσει μια ήπια και ομοιόμορφη θόλωση.



# Μοντελοποίηση αναταράξεων

Μη ορατές  
αναταράξεις



Σφοδρές αναταράξεις  
( $k=0.0025$ )



Μεσαίες αναταράξεις  
( $k=0.001$ )



Χαμηλές αναταράξεις  
( $k=0.00025$ )



# Υπολογισμός μέσω μοντελοποίησης

- Μια διαφορετική τεχνική είναι η εξαγωγή ενός μαθηματικού μοντέλου ξεκινώντας από βασικές αρχές.
- Παράδειγμα εικόνας που έχει υποβαθμιστεί (θολωθεί) λόγω γραμμικής ομοιόμορφης κίνησης ανάμεσα στην εικόνα και τον αισθητήρα
- Η εικόνα κινείται σε ένα επίπεδο και με  $x_o(t)$  και  $y_o(t)$  συμβολίζουμε τις χρονικά μεταβαλλόμενες συνιστώσες της κίνησης στους άξονες  $x, y$ .

# Υπολογισμός μέσω μοντελοποίησης

- Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε την υποβάθμιση με την συνάρτηση

$$H(u, v) = \int_0^T \int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]} dt$$

- Αν υποθέσουμε κίνηση μόνο κατά τη διεύθυνση του άξονα  $x$  με ρυθμό  $x_0(t) = at/T$ , μετά από  $t = T$  η εικόνα έχει μετατοπιστεί κατά  $a$  και η υποβάθμιση για  $y_0(t) = 0$  θα γίνει:

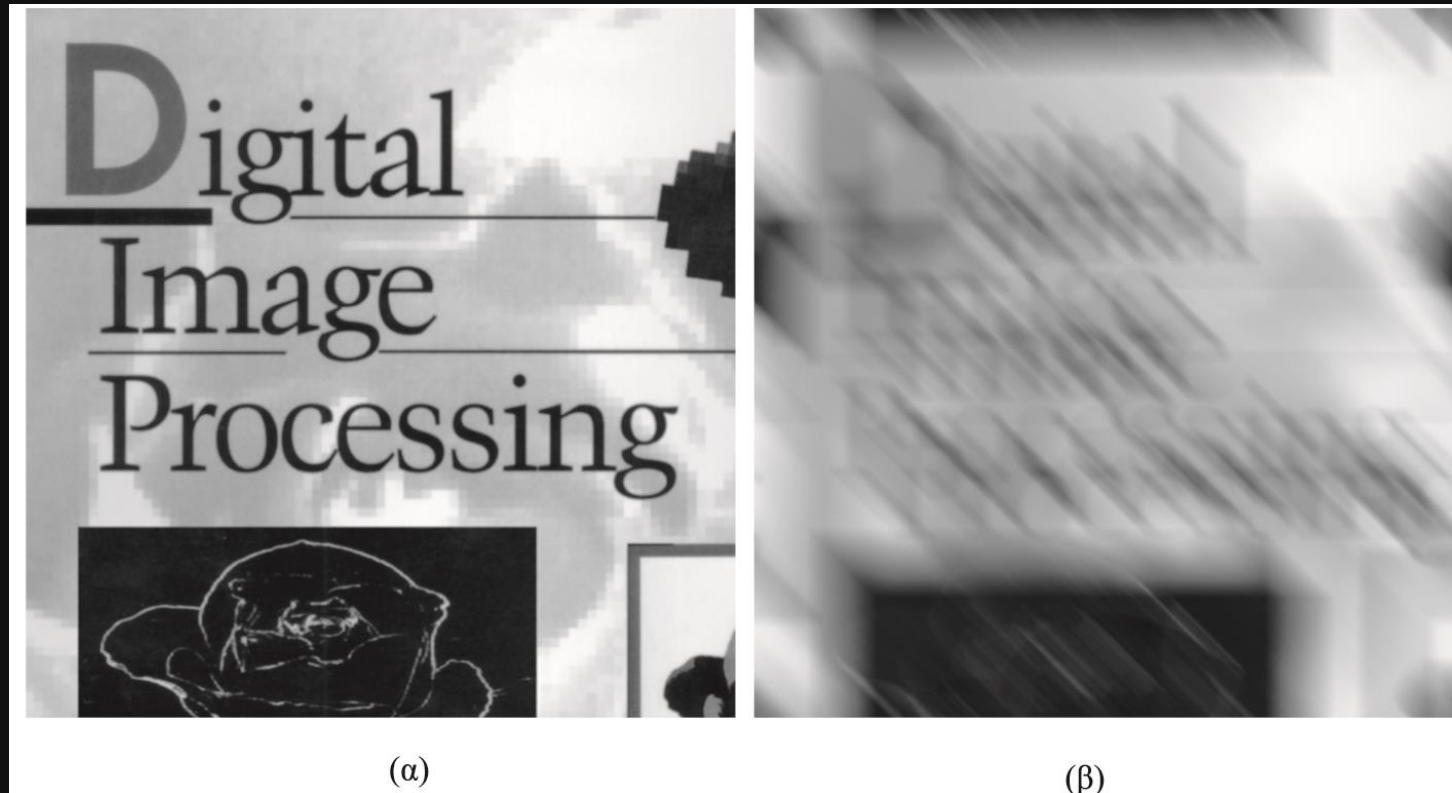
$$H(u, v) = \int_0^T e^{-j2\pi ux_0(t)} dt = \int_0^T e^{-j2\pi uat/T} dt = \frac{T}{\pi ua} \sin(\pi ua) e^{-j\pi ua}$$

- η συνάρτηση  $H(u, v)$  μηδενίζεται για τιμές  $u$  που είναι  $u = n/a$
- Αν υποθέσουμε κίνηση και κατά τη διεύθυνση του άξονα  $y$ , η συνάρτηση δίνεται από

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin(\pi(ua + vb)) e^{-j\pi(ua+vb)}$$

- Για να φτιάξουμε τη συνάρτηση μεταφοράς διακριτού φίλτρου μεγέθους  $M \times N$ , κάνουμε δειγματοληψία αυτής της εξίσωσης για  $u = 0, 1, 2 \dots M - 1$  και  $v = 0, 1, 2, \dots N - 1$

# Θόλωση λόγω κίνησης κάμερας



(α) η αρχική εικόνα

(β) αποτέλεσμα θόλωσης της εικόνας με χρήση της προηγούμενης εξίσωσης μοντελοποίησης με παραμέτρους  $\alpha = b = 0.1$  και  $T = 1$

# Αντίστροφο φιλτράρισμα

- Εδώ θα παρουσιάσουμε την αποκατάσταση εικόνων που έχουν υποβαθμιστεί από μια συνάρτηση  $H$  η οποία δίνεται ή υπολογίζεται με μεθόδους που παρουσιάστηκαν.
- η πιο απλή προσέγγιση είναι το **αντίστροφο φιλτράρισμα** μέσω διαίρεσης της υποβαθμισμένης εικόνας με την συνάρτηση υποβάθμισης

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

- η πράξη αυτή γίνεται στοιχείο προς στοιχείο και είναι ίση με

$$\hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

- από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι δεν είναι δυνατό να πάρουμε την αρχική εικόνα καθώς ακόμα και να γνωρίζουμε την ακριβή συνάρτηση υποβάθμισης, δεν γνωρίζουμε τον τυχαίο θόρυβο

# Αντίστροφο φιλτράρισμα

- Άλλο μειονέκτημα είναι τα μηδενικά (ή πολύ μικρές τιμές) που μπορεί να έχει η συνάρτηση υποβάθμισης
- Για να το αντιμετωπίσουμε, περιορίζουμε τις συχνότητες του φίλτρου σε τιμές της πολύ κοντά στην αρχή των αξόνων αφού η τιμή  $H(\mathbf{0},\mathbf{0})$  είναι και η μεγαλύτερη στο πεδίο της συχνότητας.

# Αντίστροφο φιλτράρισμα



- (α) το αποτέλεσμα της χρήσης ενός πλήρους φίλτρου  $H(u, v) = e^{-k\left[\left(u-\frac{M}{2}\right)^2 + \left(v-\frac{N}{2}\right)^2\right]^{5/6}}$
- (β) το αποτέλεσμα που προκύπτει αν περικόψουμε τη συνάρτηση  $H$  απομακρύνοντας το τμήμα της για ακτίνα μεγαλύτερη από 40
- (γ) το αποτέλεσμα που προκύπτει αν περικόψουμε τη συνάρτηση  $H$  απομακρύνοντας το τμήμα της για ακτίνα μεγαλύτερη από 70
- (δ) το αποτέλεσμα που προκύπτει αν περικόψουμε τη συνάρτηση  $H$  απομακρύνοντας το τμήμα της για ακτίνα μεγαλύτερη από 85

# Φιλτράρισμα ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος

- η προηγούμενη προσέγγιση δεν λαμβάνει υπόψιν ιδιαίτερα τον θόρυβο.
- στη νέα προσέγγιση θεωρούμε τόσο την εικόνα, όσο και τον θόρυβο ως τυχαίες μεταβλητές και έχουμε στόχο την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος μεταξύ της εκτίμησης της εικόνας  $\hat{f}(x, y)$  και της μη αλλοιωμένης εικόνας  $f(x, y)$ .

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$$

- Υποθέτουμε ότι ο θόρυβος και η εικόνα είναι ασυσχέτιστοι μεταξύ τους.



# Φίλτρο Wiener

- Προκύπτει το φίλτρο Wiener ή φίλτρο ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος ή φίλτρο ελάχιστου τετραγωνικού σφάλματος:

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{H^*(u, v)S_f(u, v)}{S_f(u, v)|H(u, v)|^2 + S_n(u, v)} \right] G(u, v) =$$
$$\left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + S_n(u, v)/S_f(u, v)} \right] G(u, v) =$$
$$\left[ \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + S_n(u, v)/S_f(u, v)} \right] G(u, v)$$

- Πλεονέκτημα είναι ότι δεν αντιμετωπίζει τα προβλήματα του αντίστροφου φιλτραρίσματος (εκτός και αν ο παρανομαστής ολόκληρος μηδενίζεται για τιμές των  $u, v$ )

# Φίλτρο Wiener

- Οι όροι της προηγούμενης εξίσωσης:
  - $\hat{F}(u, v)$ : MF της εκτίμησης της απο-υποβαθμισμένης εικόνας
  - $G(u, v)$ : MF της υποβαθμισμένης εικόνας
  - $H(u, v)$ : Συνάρτηση υποβάθμισης (MF της χωρικής υποβάθμισης)
  - $H^*(u, v)$ : Μιγαδική συζυγής της συνάρτησης υποβάθμισης
  - $S_n(u, v)$ : Φάσμα ισχύος του θορύβου
  - $S_f(u, v)$ : Φάσμα ισχύος της απο-υποβαθμισμένης εικόνας
- η αποκατεστημένη εικόνα προκύπτει από τον αντίστροφο MF στο πεδίο της συχνότητας

# Μερικές χρήσιμες μετρικές

- Λόγος σήματος προς θόρυβο

$$SNR = \frac{\sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} |F(u, v)|^2}{\sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} |N(u, v)|^2}$$

- Δίνει ένα μέτρο του επιπέδου της πληροφορίας που μεταφέρει ισχύ του σήματος προς το επίπεδο της ισχύος του θορύβου
- Μέσο τετραγωνικό σφάλμα

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2$$

- Μπορεί να υπολογιστεί και αντίστοιχος λόγος σήματος προς θόρυβο στο πεδίο του χώρου

$$SNR = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \hat{f}(x, y)^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (f(x, y) - \hat{f}(x, y))^2}$$

- Κάποιες φορές υπολογίζεται και ο μέσος τετραγωνικός λόγος σήματος προς θόρυβο (RMS signal to noise ratio) και το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (RMS error).

# Φιλτράρισμα Wiener

- Αν ο θόρυβος είναι λευκός, το φάσμα του είναι μια σταθερά.
- Στην πράξη αυτό δεν ισχύει και η προσέγγιση που χρησιμοποιούμε είναι

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + k} \right] G(u, v)$$

όπου  $k$  μια σταθερά που προστίθεται σε όλους τους όρους της συνάρτησης  $H(u, v)$

# Σύγκριση αντίστροφου φίλτρου και φίλτρου Wiener



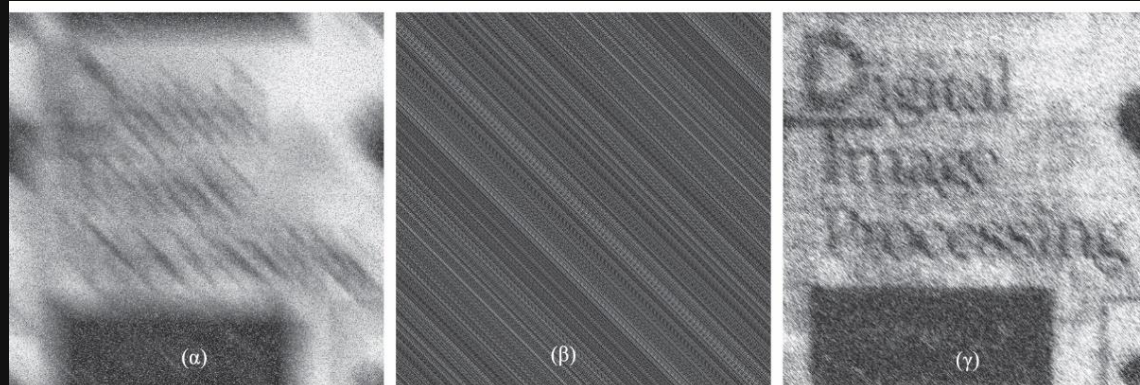
(α) αποτέλεσμα πλήρους αντίστροφου φιλτραρίσματος

(β) το αποτέλεσμα του ακτινικώς περιορισμένου φιλτραρίσματος

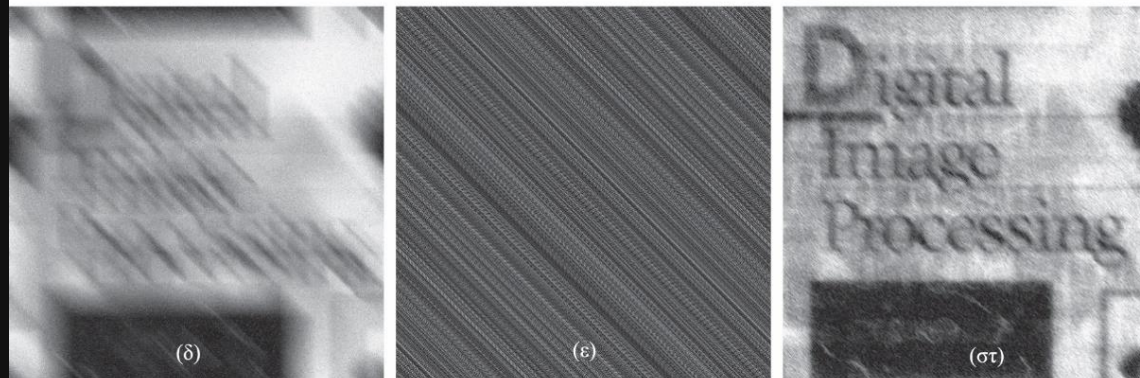
(γ) το αποτέλεσμα του φιλτραρίσματος Wiener.

# Απομάκρυνση θόλωσης με αντίστροφο και φίλτρο Wiener

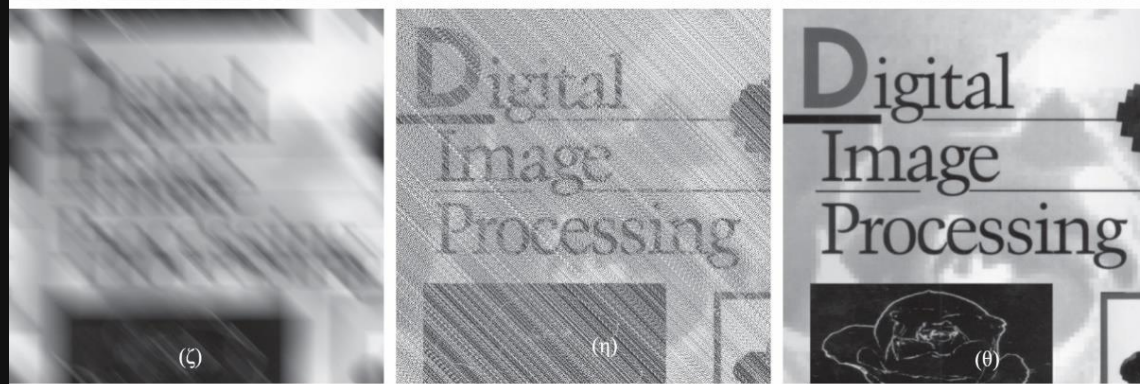
Εικόνα με θόλωση  
λόγω κίνησης και  
προσθετικό  
θόρυβο (μηδενική  
μέση τιμή,  
διασπορά 650)



Εικόνα με θόλωση  
λόγω κίνησης και  
προσθετικό  
θόρυβο (μηδενική  
μέση τιμή,  
διασπορά 65)



Όπως και πριν  
αλλά με διασπορά  
6.5



Αποτελέσματα με  
αντίστροφο (μέση)  
και φίλτρο Wiener  
(δεξιά στήλη)

# Φιλτράρισμα ελαχίστων τετραγώνων υπό περιορισμούς

- Στην προηγούμενη προσέγγιση τα φάσματα της απο-υποβαθμισμένης εικόνας και του θορύβου πρέπει να είναι γνωστά.
- μπορεί να προτείνεται η λύση της προηγούμενης εξίσωσης, αλλά μια σταθερή εκτίμηση του λόγου των φασμάτων ισχύος δεν αποτελεί καλή λύση.
- Η υποβάθμιση της εικόνας μπορεί να γραφτεί σε μορφή πίνακα / διανύσματος με την μορφή

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \boldsymbol{\eta}$$

- Προτείνεται λύση η οποία θα χρησιμοποιεί μόνο τον μέσο όρο και την διακύμανση του θορύβου.
- Οι όροι αυτοί θα μπορούσαν να εκτιμηθούν από μια δεδομένη υποβαθμισμένη εικόνα.
- Η προσέγγιση αυτή είναι γενική και ισχύει για οποιαδήποτε εικόνα.

# Φιλτράρισμα ελαχίστων τετραγώνων υπό περιορισμούς

- η μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων υπό περιορισμούς για να αντιμετωπίσει το πρόβλημα ευαισθησίας του φίλτρου  $\mathbf{H}$  από τον θόρυβο, επιβάλλει πρόσθετο περιορισμό

$$\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}\|^2 = \|\hat{\boldsymbol{\eta}}\|^2$$

- Και προκύπτει η λύση

$$\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \left[ \frac{H^*(\mathbf{u}, \mathbf{v})}{|H(\mathbf{u}, \mathbf{v})|^2 + \gamma |P(\mathbf{u}, \mathbf{v})|^2} \right] G(\mathbf{u}, \mathbf{v})$$

- Όπου  $\gamma$  είναι μια παράμετρος που προσαρμόζεται για να ικανοποιηθεί ο πιο πάνω περιορισμός,  $P(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  είναι ο MF της συναρτησης (τελεστής Laplace)

$$p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

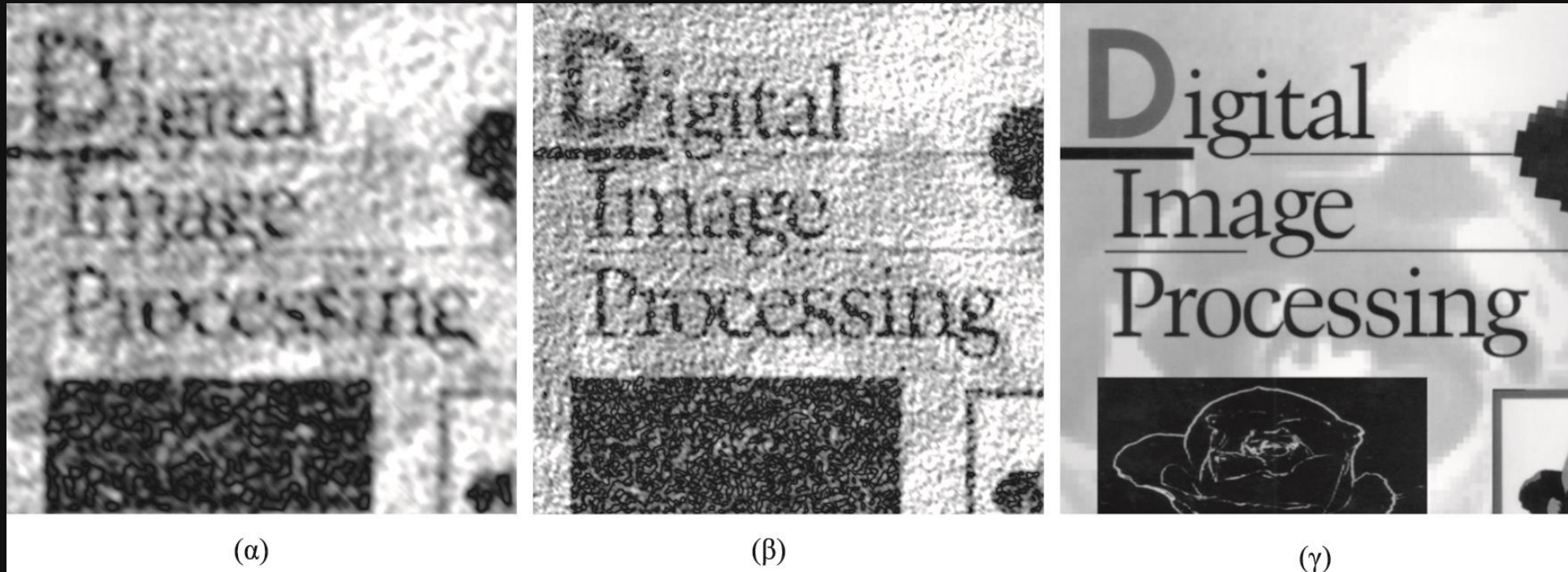
- Αν  $\gamma = 0$  η παραπάνω γίνεται η σχέση του αντίστροφου φιλτραρίσματος.
- Οι  $P(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  και  $H(\mathbf{u}, \mathbf{v})$  πρέπει να έχουν το ίδιο μέγεθος τροποποιώντας κατάλληλα την  $p(\mathbf{x}, \mathbf{y})$



# Επαναπροσδιορισμός της παραμέτρου $\gamma$

- ο προσδιορισμός της παραμέτρου  $\gamma$  γίνεται επαναληπτικά:
  1. Προσδιορίζουμε μια τιμή για το  $\gamma$
  2. Υπολογίζουμε τη τιμή  $\|\mathbf{r}\|^2$  του «υπολοίπου»  $\mathbf{r} = \mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}$
  3. Αν  $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \pm a$ , η διαδικασία τερματίζεται.  
Αν  $\|\mathbf{r}\|^2 < \|\boldsymbol{\eta}\|^2 - a$  αυξάνουμε την τιμή του  $\gamma$  και επιστρέφουμε στο βήμα 2  
Αν  $\|\mathbf{r}\|^2 > \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + a$  μειώνουμε την τιμή του  $\gamma$  και επιστρέφουμε στο βήμα 2
  4. Χρησιμοποιούμε την τιμή  $\gamma$  και υπολογίζουμε εκ νέου τη βέλτιστη τιμή  $\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$
- Για να βελτιώσουμε την ταχύτητα σύγκλισης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την τεχνική Newton-Raphson.

# Σύγκριση Wiener – ελαχίστων τετραγώνων υπό περιορισμούς



Αποτελέσματα φιλτραρίσματος ελαχίστων τετραγώνων υπό περιορισμούς για διαφορετικές περιπτώσεις θορύβου (βλ. προηγούμενο παράδειγμα)

# Επαναληπτικός υπολογισμός του βέλτιστου φίλτρου ελαχίστων τετραγώνων υπό περιορισμούς



(α)



(β)

(α) επαναληπτικά προσδιορισμένη αποκατάσταση με φίλτρο ελάχιστων τετραγώνων με περιορισμούς με σωστές παραμέτρους θορύβου  
(β) με χρήση εσφαλμένων παραμέτρων του θορύβου

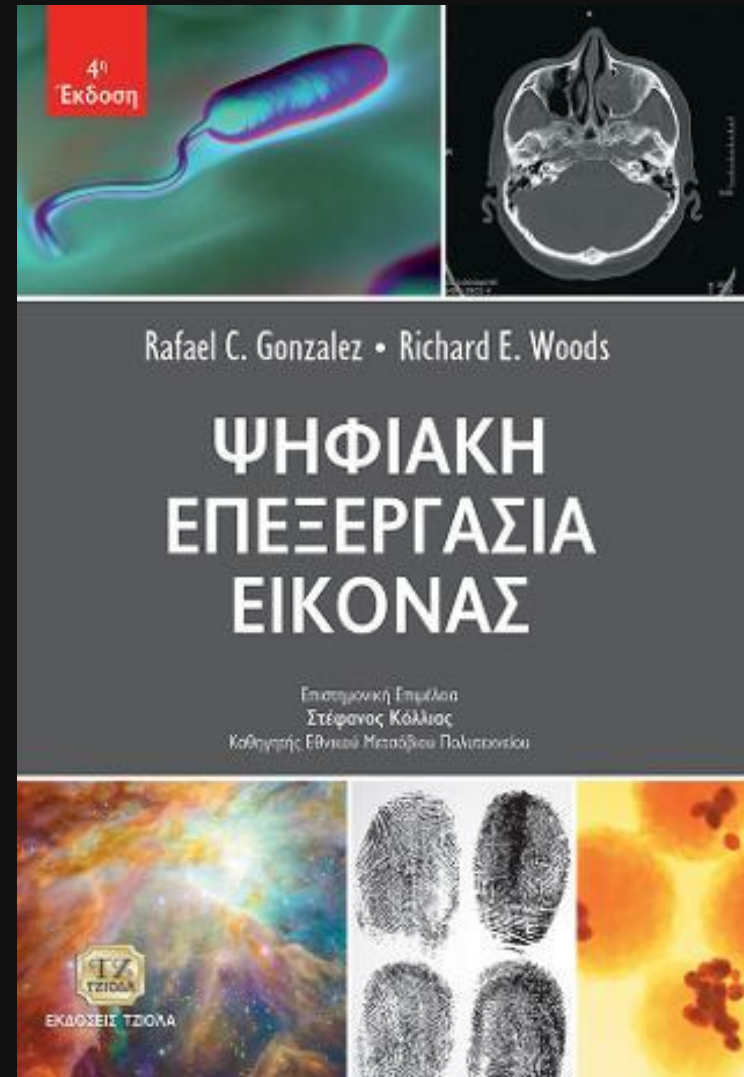
# Φίλτρο γεωμετρικού μέσου

- Η γενίκευση του φίλτρου Wiener, οδηγεί στο φίλτρο γεωμετρικού μέσου

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} \right]^a \left[ \frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \beta \left[ \frac{S_n(u, v)}{S_f(u, v)} \right]} \right]^{1-a} G(u, v)$$

- Όπου  $\alpha, \beta$  είναι μη αρνητικές πραγματικές σταθερές
- Όταν  $\alpha = 1$ , το παραπάνω ανάγεται στο αντίστροφο φίλτρο
- Όταν  $\alpha = 0$ , το παραπάνω ανάγεται στο παραμετρικό φίλτρο Wiener το οποίο αν  $\beta = 1$ , ανάγεται στο φίλτρο Wiener
- Αν  $\alpha = 1/2$ , το φίλτρο που προκύπτει είναι γινόμενο δύο ποσοστίων που είναι υψωμένες στην ίδια δύναμη που είναι ο γεωμετρικός μέσος όρος
- Αν  $\beta = 1$  καθώς το  $\alpha$  μειώνεται από  $1/2$  το φίλτρο συμπεριφέρεται ως Wiener
- Αν  $\alpha = 1/2$  και  $\beta = 1$  το φίλτρο αναφέρεται και ως φίλτρο ισοστάθμισης φάσματος

Rafael Gonzalez, Richard Woods,  
Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας, 4η  
έκδοση, σελ 261-301





<http://www.sippre-group.com>